



目 录

1	自动控制系统概述	(1)
1.1	自动控制的基本概念	(3)
1.2	自动控制理论的发展历史	(3)
1.3	自动控制系统的基本结构	(5)
1.4	自动控制系统的组成与分类	(11)
1.5	自动控制系统的基本要求	(14)
2	自动控制系统的数学模型	(21)
2.1	控制系统的微分方程	(23)
2.2	控制系统的传递函数	(28)
2.3	系统结构框图及其简化	(32)
2.4	反馈控制系统的传递函数	(42)
2.5	闭环系统的误差传递函数	(44)
3	控制系统的时域分析	(49)
3.1	典型输入信号	(51)
3.2	控制系统的时域响应及其性能指标	(52)
3.3	一阶系统的时域分析	(53)
3.4	二阶系统的时域分析	(56)
3.5	控制系统的稳定性分析	(63)
3.6	控制系统的稳态误差分析	(68)
4	根轨迹法	(77)
4.1	根轨迹的基本概念	(79)
4.2	绘制根轨迹的方法	(83)
4.3	绘制根轨迹的基本原则	(84)
5	系统的频域分析	(91)
5.1	频率特性	(93)
5.2	典型环节的频率特性	(98)
5.3	开环系统的频率特性	(108)
5.4	系统的频域稳定判据	(117)



5.5	频率特性法分析系统性能	(127)
6	自动控制系统的校正	(133)
6.1	控制系统的校正方法及分类	(135)
6.2	常用校正装置	(136)
6.2	系统校正方式	(140)
6.3	串联校正	(141)
6.4	反馈校正	(149)
6.5	复合校正	(151)
6.6	PID 控制器	(154)
7	离散控制系统分析	(163)
7.1	离散控制系统的基本概念	(165)
7.2	采样控制系统的数学模型	(176)
7.3	离散控制系统的性能分析	(183)
8	MATLAB 语言及其在自动控制中的应用	(195)
8.1	MATLAB 语言简介及发展史	(197)
8.2	MATLAB 基本命令、基本函数及数据类型	(199)
8.3	MATLAB 在自动控制系统中的应用	(206)
附录	拉普拉斯及 z 变换表	(229)
参考文献	(234)



1 自动控制系统概述

在现代工程科学技术发展过程中,自动控制无论是作为一项先进技术还是有效方法,都在各个领域扮演着越来越重要的角色。它在国民经济的各个领域如工农业生产、国防技术、通信技术、航空航天技术都发挥了重要的作用,自动控制理论和技术的不断发展,不仅使飞船登月、人类遨游太空成为现实,而且也已经成为现代制造业和工业生产过程中重要而且不可缺少的组成部分。例如,在制造业中,数控机床能够高精度、高效率地完成复杂形状的加工任务;在化工生产过程中,化学反应炉的温度或流量自动地根据生产工艺的要求变化与调整;在电力生产中,发电设备可以自动地协调多个变量的变化,满足电网负荷的要求;在军事上,导弹发射和制导系统自动地将导弹精确引导至敌方目标等。近几十年来,随着计算机技术的迅猛发展,使自动控制不仅在工程技术领域得到了日益广泛的应用,而且在生物、化学、环境,甚至经济管理和社会科学等领域日益发挥着重要的作用。



1.1 自动控制的基本概念

所谓自动控制,是指在没有人直接参与的情况下,利用外加的设备或装置(称控制装置或控制器),使机器、设备或生产过程(统称被控对象)的某个工作状态或参数(即被控量)自动地按照预定的规律运行。

自动控制系统是由控制器、被控对象两大部分组成的,为了实现某一控制目标所需的各种物理部件的有机组合体。被控对象是指要求实现自动控制的生产设备或工艺过程;控制器是指对被控对象起控制作用的设备;控制系统中被控制的物理量称为被控量或输出量,决定被控量的物理量称为给定量或者期望值;对控制系统的控制起阻碍作用的是扰动量,扰动量按照其来源又可分为内部扰动量和外部扰动量;控制系统的输入量既包括给定量也包括扰动量。调节机构是接受调节作用而去改变调节量的具体设备;负反馈控制原理是将系统的输出信号反馈至输入端,与给定的输入信号相减,所产生的偏差信号通过控制器变成控制变量去调节被控对象,达到减小偏差或消除偏差的目的。

自动控制理论是研究自动控制技术规律的技术科学。自动控制理论的发展初期,是以反馈理论为基础的自动调节原理,主要应用于工业控制。第二次世界大战期间,为了设计和制造飞机及船用自动驾驶仪、火炮定位系统、雷达跟踪系统以及其他基于反馈原理的军用装备,促使自动控制理论有了较快的发展。二战结束后,自动控制理论体系已经基本成型,主要研究以传递函数为数学工具,采用频域法,研究单输入—单输出的线性定常系统的分析和设计方法。

1.2 自动控制理论的发展历史

Cybernetics(控制论),来自希腊语,原意为掌舵术,包含了调节、操纵、管理、指挥、监督等多方面的涵义。“控制”这一概念本身反映了人们对征服自然与外在的渴望,控制理论与技术也是在人们认识自然与改造自然的过程中逐步发展起来的。根据控制理论的发展历史,可以分为三个阶段。这三个阶段的发展过程则是由简单到复杂、由量变到质变的辩证发展过程。

1.2.1 经典控制论阶段(20世纪50年代末期以前)

很早以前,我国古人发明的指南车就应用了控制理论中的反馈原理,这是控制理论的萌芽。1788年,瓦特在发明蒸汽机的同时应用了反馈思想设计了离心式飞摆控速器,这是人类历史上第一个反馈控制系统。1868年,J. C. Maxwell为解决离心式飞摆控速器控制精度和稳定性之间的矛盾,发表了著名的《论调速器》论文,正式提出用基本系统的微分方程模型分析反馈系统的数学方法。同年,韦士乃格瑞斯克阐述了调节器的数学理论。1875年,E. J. Routh(劳斯)和 A. Hurwitz(古尔维茨)分别提出了根据代数方程的系数来判断线性系



统稳定性方法,这就是著名的劳斯判据和古尔维茨判据,这些判据直到今天,依然是分析系统稳定性可靠而有效的方法。1876年,俄国学者 N. A. 维什涅格拉诺基发表著作《论调速器的一般理论》,对调速器系统进行了全面的理论阐述。1927年, H. S. Black 发现了采用负反馈线路的放大器在引入负反馈后,该放大器对扰动和放大器增益变化的敏感性大为降低。1932年, H. Nyquist(奈奎斯特)采用频率特性表示系统特性,提出了控制系统的频域稳定性判据,很好地解决了 Black 放大器的稳定性问题,而且可以分析系统的稳定裕度,奠定了频域分析方法的基础。1934年, H. L. Hazen 发表《关于伺服机构理论》。1938年, A. B. 维哈伊洛夫发表《频域法》,这标志着经典控制理论的诞生。1945年, H. W. Bode(伯德)发表了著作《网络分析和反馈放大器设计》,完善了系统分析和设计的频域方法。并进一步研究,提出使用伯德图进行系统的分析和设计。1948年, N. Wiener 发表了《控制论—关于在动物和机器中控制和通讯的科学》一书,标志着控制论的诞生。1948年, W. R. Evans(伊文思)提出了控制系统的根轨迹分析法,这是一种易于工程应用的,并且十分有效的简单图解法。1954年,钱学森出版了《工程控制论》,全面总结了经典控制理论,标志着经典控制理论的成熟。

经典控制理论是以传递函数为基础,在频率域内对线性定常单输入—单输出控制系统进行分析与设计的理论。经典控制理论采用的研究方法主要是频域法,数学工具是拉氏变换、数学模型是传递函数,在频率域内使用传递函数的“反馈”和“前馈”控制思想,运用频率特性分析法、根轨迹分析法、描述函数法、相平面法等方法重点研究、分析系统的稳定性问题。在经典控制理论中经常使用无源 RC 与有源 RC 网络作为控制装置。

经典控制理论的最杰出成果是 PID 控制规律的诞生,根据 PID 控制原理设计的 PID 控制器结构简单、易于实现,具有一定的自适应性与鲁棒性,对于无时间延迟的单回路控制系统非常有效,现在仍然被广泛应用于工业过程控制中。

1.2.2 现代控制论阶段(20世纪50年代末期至70年代初期)

1959年,苏联学者 L. S. Pontryagin(庞德亚金)等学者创立了极大值原理,并找出最优控制问题存在的必要条件,该理论为解决控制量有约束情况下的最短时间控制问题,提供了方法。1953—1957年间,美国学者 R. Bellman(贝尔曼)创立了解决最优控制问题的动态规律。1959年, R. E. Kalman(卡尔曼)提出了滤波器理论,1960年卡尔曼对系统采用状态方程描述方法,提出了系统的能控性、能观测性。证明了二次型性能指标下线性系统最优控制的充分条件,进而提出了对于估计与预测有效地卡尔曼滤波。罗森布洛克(H. H. Rosenbrock)、欧文斯(D. H. Owens)和麦克法伦(G. J. MacFarlane)研究了使用于计算机辅助控制系统设计的现代频域法理论,将经典控制理论传递函数的概念推广到多变量系统,并探讨了传递矩阵与状态方程之间的等价转换关系,为进一步建立统一的线性系统理论奠定了基础。

现代控制理论是基于时域内的状态空间分析法,着重于系统最优化控制的研究,使用的数学工具是矩阵与向量空间理论,通过对系统的数学模型—状态方程与输出方程进行研究,采用数字计算机作为系统控制器,主要解决系统的最优化问题。现代控制理论研究的对象不是经典控制理论中的线性定常单输入—单输出系统,而是多输入—多输出系统,系统可以是线性或非线性、定常或时变、单变量或多变量、连续系统或离散系统。



现代控制理论的贡献在于极大地促进了非线性控制、预测控制、自适应控制、鲁棒控制、智能控制等控制理论分支的发展,为解决复杂工业过程的控制提出了解决方案和思路。

1.2.3 大系统理论阶段与智能控制理论阶段(70年代初期至今)

大系统理论,是指系统规模庞大、结构复杂、变量众多、关联严重、信息不完备的信息与控制系统,且不仅仅是工业控制领域,在多学科交叉综合的研究领域,如宏观经济系统、资源分配系统、生态和环境系统、能源系统等也有应用。这类系统依赖于经典控制理论和现代控制理论已经难以进行深入的分析 and 研究。

20世纪60年代初期,Smith(史密斯)提出采用性能模式识别器来学习最优控制法以解决复杂系统的控制问题。1965年,Zadeh创立模糊集合论,为解决负载系统的控制问题提供了强有力的数学工具。1966年,Mendel提出了“人工智能控制”的概念。1967年,Leondes和Mendel正式使用“智能控制”这一称呼,标志着智能控制思想已经形成。20世纪70年代初期,傅京孙、Gloriso和Saridis提出分级递阶智能控制思想,并成功应用于核反应堆、城市交通控制等领域。70年代中期,Mamdani(曼达尼)创立了基于模糊语言的能描述控制规则的模糊控制器,并成功用于工业控制。20世纪80年代以来,专家控制系统、神经网络控制理论及应用对智能控制器的发展起着重要的推进与促进作用。

大系统理论基于时域法,使用控制论、运筹学等数学工具,通过大系统的多级递阶控制、分解—协调原理、分散最优控制和大系统模型降阶理论,通过对系统的数学模型—子系统的研究,采用数字计算机作为控制器来解决大系统的最优化控制问题。智能控制系统是具有某些仿人智能的工程控制与信息处理系统,其中最典型的应用是智能机器人。

本书将主要阐述经典控制理论中的主要研究和分析方法。

1.3 自动控制系统的基本结构

自动控制系统有两种基本结构,开环控制系统和闭环控制系统。

1.3.1 开环控制系统

开环控制系统是最一种最简单的控制系统。在开环控制系统中,控制装置与被控对象之间只有正向控制作用而没有反向联系的控制过程,对开环控制系统来说,只有输入量会对输出量产生影响,没有对输出量进行测量,输出量不参与控制,无法了解系统的实际输出量与输入量之间的偏差到底有多大,系统控制效果不够理想。

开环控制系统的结构图如图1-1所示。系统由两个部分组成:控制器和被控对象。图1-2所示是一个自动声控灯控制系统的结构框图。只要给控制器提供输入量(声音信号),就可以触发执行器的动作,给被控对象电灯提供电流,从而点亮电灯。在这个系统中,控制器只是根据输入量给出控制信号,至于电灯最终是亮还是灭的状态,在控制器这个部分是无法知道的,即在这个系统中,信号的流动是单向进行的。

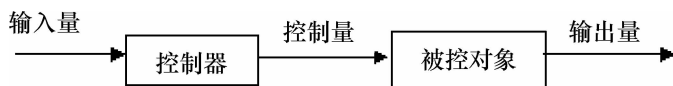


图 1-1 开环控制系统

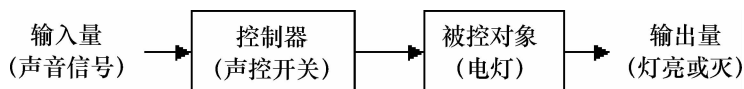


图 1-2 自动声控灯控制系统

图 1-3 所示是一个 LED 灯光控制系统。只要通过调节灯光的挡位旋钮，就可以改变 LED 灯的亮度。至于调整挡位旋钮之后，LED 灯的亮度是否发生变化，在控制器这里也是无法得知的，信号也是从输入量到输出量单向流动的。

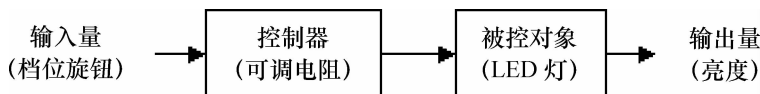


图 1-3 LED 调光系统

开环控制系统的特点是：系统结构简单、控制作用直接由系统的输入量产生，对应于每一个给定值，其被控量便有一个对应的固定工作状态，控制精度完全取决于所用的元件及校准的精度，只适用于对控制精度要求不高，系统的输入量与输出量之间的关系相对固定且扰动量不大的场合。

1.3.2 闭环控制系统

开环控制系统虽然结构简单，但是其控制精度较差，为了提高系统的控制精度和增加抗干扰能力，必须采用闭环控制。

若将系统的输出量反馈到它的输入端，并与参考输入进行比较，则构成闭环控制系统。其系统框图如图 1-4 所示。

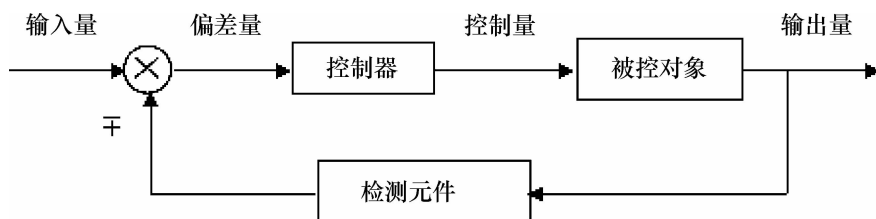


图 1-4 闭环系统框图

闭环控制系统与开环控制系统有显著区别，如图 1-4 所示，控制器的输入量是偏差量而不是输入量，偏差量是输入量与反馈量比较后的结果。反馈量来自检测元件对输出量的检测，将输出量的电量或者非电量信号转换成与输入量相同数量级的物理量。若反馈信号与输入信号相减，则称该反馈为负反馈；反之，若反馈信号与输入信号相加，则称该反馈为正反馈。

闭环控制系统中，负反馈的应用较多，输入信号与反馈信号之差，被称为偏差信号。偏差信号通过控制器，产生控制量使输出量趋于给定的数值。闭环控制系统的实质是按偏差进行控制，其特点是不论什么原因使被控量偏离期望值而出现偏差时，必定会产生一个相应



的控制作用去减小或消除这个偏差,使被控量与期望值趋于一致。可以说,按反馈控制方式组成的负反馈控制系统,具有抑制任何内、外扰动对被控量产生影响的能力,有较高的控制精度。但这种系统使用的元件多,结构复杂,特别是系统的性能分析和设计也较麻烦。尽管如此,它仍是一种重要的并被广泛应用的控制方式,反馈技术被广泛应用在各种需要精确控制的系统中,尤其是电子控制系统,比如:各种放大电路中的增益控制;环境的温度、湿度、水位、压力的控制;机械结构的位置控制、速度控制等等。自动控制理论主要的研究对象就是用这种控制方式组成的系统。

如图 1-5 所示,是仓库大门自动控制系统工作过程示意图。当给定电位器和测量电位器输出相等时,放大器无输出,门的位置不变。假设门的原始位置在“关”状态,当门需要打开时,“开门”开关打开,“关门”开关闭合,给定电位器和测量电位器输出不相等。电位器组会测量出开门位置与大门实际位置间对应的偏差电压,偏差电压经放大器放大后,驱动伺服电动机带动绞盘转动,将大门向上提起。与此同时,和大门连在一起的电刷也向上移动,直到电位器组达到平衡,即测量电位器输出与给定电位器输出相等,则电动机停止转动,大门达到开启位置。反之,当合上关门开关时,电动机带动绞盘使大门关闭,从而可以实现大门远距离开闭自动控制。图 1-6 所示是仓库大门自动控制系统结构框图,图中的被控对象是

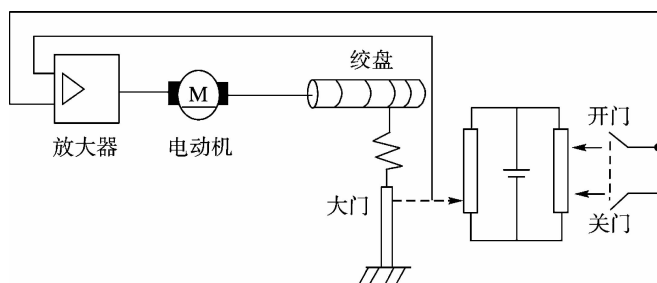


图 1-5 仓库大门自动控制系统

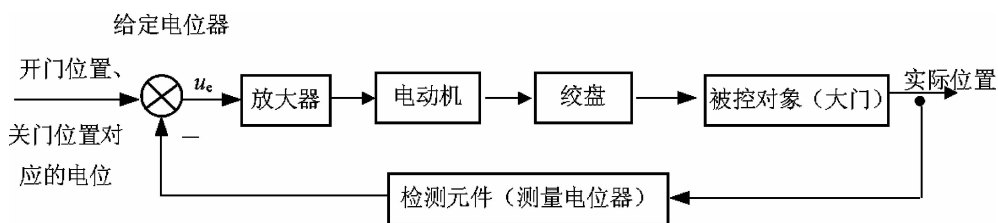


图 1-6 仓库大门自动控制系统结构框图

如图 1-7 所示,是一个直流电动机的转速闭环控制系统工作过程示意图,这是一个闭环控制系统,电动机的输出量(直流电动机的转速 n)由最左端的电位器给定,当调整电位器 u_g 的输出电压时,电动机的转速会随之发生变化。一般情况下,都希望电动机能保持恒定速度运行,也就是说,此时的电位器给定电压 u_g 是恒定值。不过,电位器的给定电压只是输入量的一部分,还有一部分输入量是从直流电动机端通过测速发电机测量得到的输出电压,这两个电压之差 $u_g - u_f$ 才是真正的输入量。这个差值被电压放大器和功率放大器进行比较放大后,将低电压转换成高电压 u_a 提供给直流电动机。直流电动机拖动负载运行,运行时的转



速是 n 。

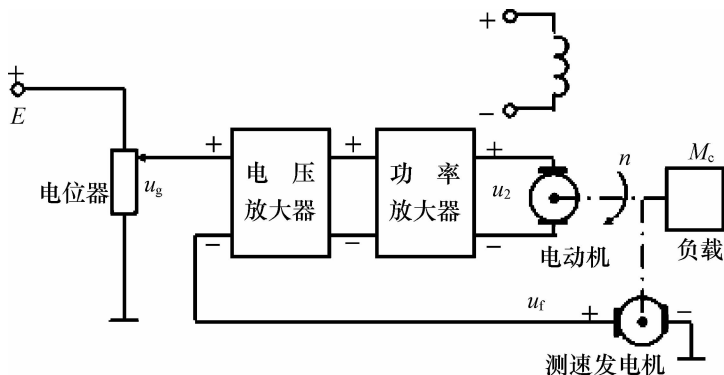


图 1-7 直流电动机转速闭环控制系统

如果在电动机以转速 n 稳定运行的过程中,负载突然增大,则电动机的转速 n 会随之降低,测速发电机的输出电压 u_f 也会降低, $u_g - u_f$ 的输入量会增大,功率放大器的输出电压则升高,最终导致电动机的转速上升,直到电动机又以转速 n 稳定运行;如果在电动机以转速 n 稳定运行的过程中,负载突然降低,则电动机的转速 n 会随之升高,测速发电机的输出电压 u_f 也会升高, $u_g - u_f$ 的输入量会减小,功率放大器的输出电压则降低,最终导致电动机的转速降低,直到电动机又以转速 n 稳定运行。图 1-8 是直流电动机的转速闭环控制系统结构框图。

从上面的分析可以看出,该系统可以适应负载增大或减小的变化,能通过反馈回路中的测速发电机检测实际输出量,通过调整最终使电动机能以转速 n 稳定运行。

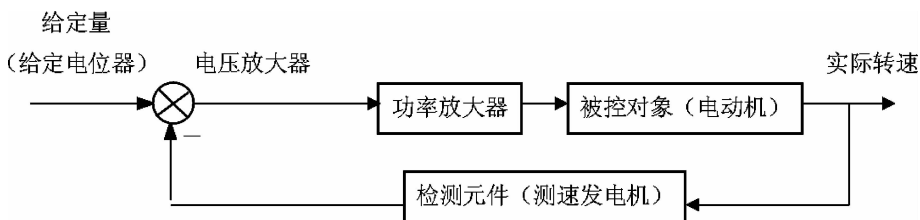


图 1-8 直流电动机转速闭环控制系统结构框图

1.3.3 开环与闭环控制系统的比较

图 1-9 所示,是一个开环炉温控制系统示意图。图 1-10 是开环炉温控制系统结构框图。该系统的控制目标是,通过改变调压器滑动端的位置,改变施加在电阻炉电阻丝上的电压,从而改变电阻炉的温度,调压器的每个位置对应一个温度,当希望控制炉温时,就把调压器的位置对准这个温度值即可。通常,我们希望这个电阻炉的温度能够维持在某个范围内。这是一个典型的开环控制系统,被控制的设备是电阻炉,被控量是电阻炉的温度,电阻炉炉温的高低是通过调节调压器的滑动端实现的,电阻炉的炉温是通过热电偶的温度计进行检测的。这个温度控制系统存在一些明显的不足之处,比如,炉温如果是由于电炉箱的炉门频繁打开导致温



度降低,现在调压器所指示的温度值与电阻炉内的实际温度不符,该控制系统的精度很低;另外,如需要炉温高一些则需要操作人员手动调节调压器的输出电压,若需要炉温低一些则降低调压器的输出电压,整个系统的调节是由人工完成的,费时费工且效率较低。

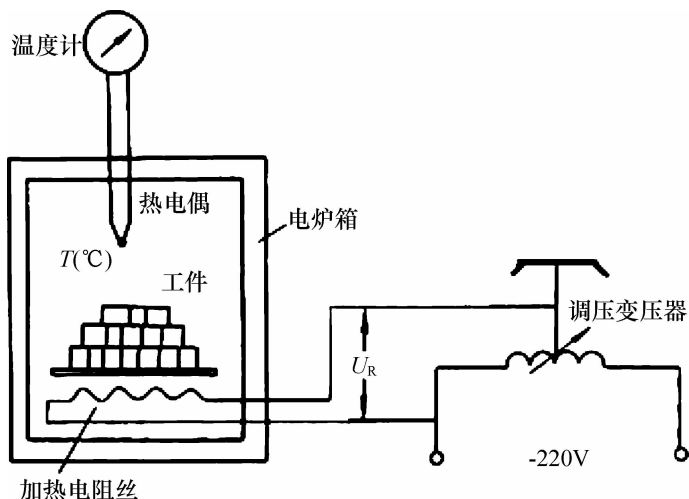


图 1-9 开环炉温控制系统示意图

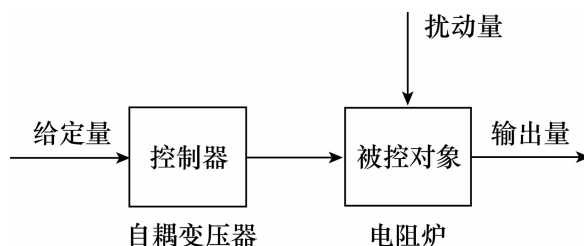


图 1-10 开环炉温控制系统结构框图

为了消除或减少扰动对开环控制系统带来的干扰和影响,在有扰动或者没有扰动的情况下,都能使电阻炉的温度达到期望值,通常我们需要将图 1-9 所示的开环炉温控制系统更改为闭环炉温控制系统,如图 1-11 所示。图中电阻炉的温度期望值是由给定电位器给定的,这是一个电压信号 U_{ST} 。该电压信号幅值较小,不足以驱动直流伺服电动机,因此需要对这个电压信号用电压放大器进行电压放大,再经过功率放大器后输出给直流伺服电动机,驱动电动机运行。直流伺服电动机通过减速器与调压器的可调滑动端相连,可以自由调节加在电阻炉电阻丝上的电压,从而改变炉温。图 1-9 与图 1-11 相比较,明显的区别是图 1-11 的电阻炉温度经过热电偶温度传感器将检测到的温度信号 T 转变成电压信号 U_{FT} 并以负反馈形式返回输入端与给定信号 U_{ST} 相比较,产生的偏差信号是 ΔU ,

$$\Delta U = U_{ST} - U_{FT}$$

这个偏差电压 ΔU ,可以为正值,也可以为负值, ΔU 经过电压、功率放大后,就可以改变



直流电动机的转速和方向,并通过减速器带动调压器,实现对炉温的闭环控制。有了反馈量 U_{FT} 和偏差量 ΔU ,就可以对电阻炉的温度进行闭环控制,保证控制精度。只要炉温控制系统的温度经过检测后与给定量不相等,就会产生相应的控制信号,如果炉温过高,则 $\Delta U < 0$,直流伺服电机反转运行,调压器的输出电压降低,则电阻炉的温度将逐渐降低;如果炉温过低,则 $\Delta U > 0$,直流伺服电机正转运行,调压器的输出电压升高,则电阻炉的温度逐渐升高。在这个温度控制系统中,扰动量即使存在也可以通过这种反馈作用消除其影响,因为只要系统的实际温度与给定量不相等,就会产生偏差信号,从而进行修正,经过一段时间调整之后,最终一定会使得给定值与实际的温度相等,提高了系统的控制精度和抗干扰能力。

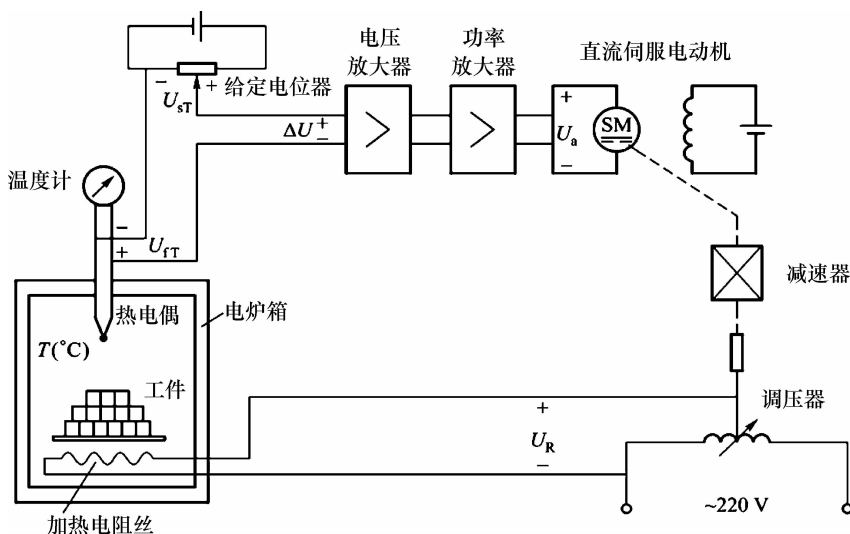


图 1-11 闭环炉温控制系统示意图

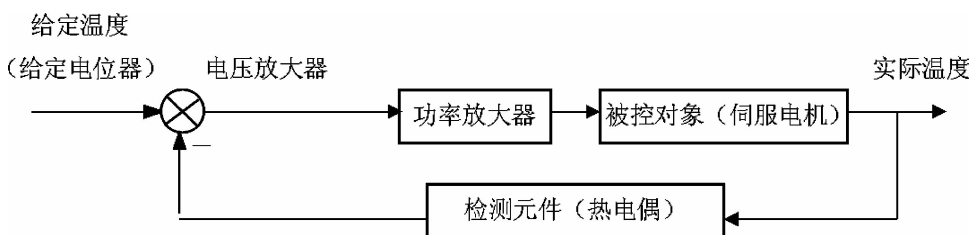


图 1-12 闭环炉温控制系统结构框图

将开环控制与闭环控制系统比较后,其区别如下:

(1)开环控制系统和闭环控制系统结构不同。开环控制系统只有前向通道,没有反馈通道,系统结构简单;闭环控制系统有前向通道和反馈通道,系统结构复杂。

(2)在开环控制系统中,只有输入量对输出量会产生控制作用,系统的输出量不参与系统的控制,因而开环系统没有抗干扰能力;从控制系统的结构上看,开环控制系统只有正向通道;而闭环控制系统既有正向通道又有反向通道。

(3) 闭环系统控制精度高, 对扰动有明显的抑制作用; 而开环控制系统精度较差, 无法克服扰动作用给控制系统带来的影响。

1.4 自动控制系统的组成与分类

1.4.1 自动控制系统的组成

这里所说的自动控制系统主要指闭环控制系统。虽然自动控制系统的形式和结构都不尽相同, 但是任何一个控制系统都可以分成被控对象和控制器两部分, 控制器一般是由具有一定功能的各种基本元件组成。图 1-13 所示, 一个完整的自动控制系统应该由以下七个部分组成。

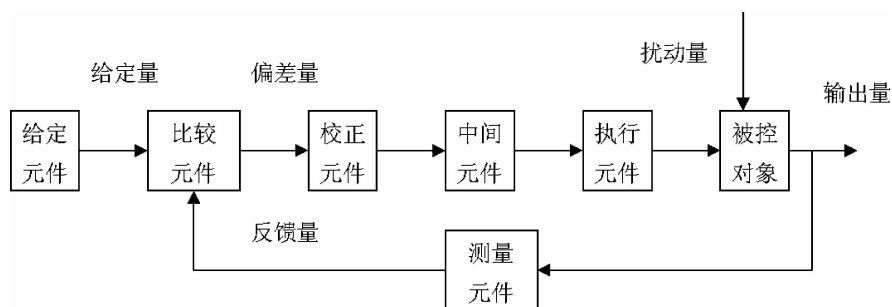


图 1-13 自动控制系统的组成

1. 被控对象: 是控制系统要施加控制作用的对象, 如恒速控制系统中的电动机、温度控制系统中的电炉箱等。控制系统所控制的某个物理量, 就是系统的被控制量或输出量, 如电炉箱的温度等。闭环控制系统的任务就是控制这些系统输出量的变化规律, 以满足生产工艺的要求。

2. 给定元件: 作用是设定被控量的期望值, 如电位器就是典型的给定元件。通过调节给定元件来调节给定量, 给定量有数字给定方式和模拟给定方式两种。给定环节的精度对被控制量的控制精度有较大影响, 在控制精度要求高时, 常采用数字给定装置。

3. 比较元件: 作用是将测量元件检测的被控量实际值与给定元件提供的给定量进行比较, 确定两者之间的偏差量。该偏差量由于功率较小或者由于物理性质不同, 还不能直接作用于执行机构, 驱动执行机构, 所以在执行机构和比较环节之间还有一个中间环节, 用于信号功率的放大。常用的比较元件有差动放大器、机械差动装置和电桥等。

4. 中间元件: 中间环节一般是放大元件, 作用是将比较元件给出的偏差量进行放大, 将偏差信号转换成适于控制执行机构工作的信号以驱动执行元件控制被控对象。根据控制要求, 中间环节可以是一个简单的环节, 如放大器; 或者是将偏差信号变换为适于执行机构工作的物理量, 如用晶体管、集成电路、晶闸管等组成的功率放大器。

5. 执行元件: 一般由传动装置和调节机构组成, 作用是直接驱动被控对象, 使被控量达



到或趋近于期望值。用来作为执行元件的有阀、电动机、液压马达等。

6. 测量元件:作用是测量被控对象的输出—被控量,并将其转换为与给定量相同数量级的物理量。如果这个物理量是非电量信号,测量元件会将其转换为电量信号。检测装置的精度和特性直接影响控制系统的控制品质,它是构成自动控制系统的关键性元件,所以一般应要求检测装置的测量精度高、反应灵敏、性能稳定等。

7. 校正元件:有时我们还希望中间环节能够按某种规律对偏差信号进行运算,用运算的结果控制执行机构,以改善被控制量的稳态和暂态性能,这种中间环节通常被称为校正环节。校正环节的作用是调整结构参数,也被称为补偿元件,用串联或反馈的方式连接在系统中。最简单的校正元件是由电阻、电容组成的无源或有源网络,用来改善系统性能。

1.4.2 自动控制系统中的主要变量

如图 1-13 所示,在自动控制系统中常见的主要变量有:给定量、偏差量、扰动量、输出量、反馈量等,下面介绍这些变量的基本特点。

1. 给定量:给定量是由给定元件给出的物理量,也称为控制量或参考输入量,多为电压或电流信号。

2. 偏差量:给定量与反馈量两个输入量在比较元件比较后,得到的变量,它是闭环控制系统真正对被控对象起控制作用的输入信号。

3. 扰动量:能够对控制量—对被控对象的控制起干扰作用的量。扰动量中来自系统内部的,被称为内部扰动量,常见的控制系统元器件参数变化、特性变化等;扰动量中来自系统外部的,称为外部扰动量,常见的外部扰动量如三相电源电压波动、电动机负载的突然增大或者减小等。

4. 输出量:是控制对象的输出,也称为被控量,这个量可以是电量,如电压、电流;也可以是非电量信号,如温度、压力、速度、液位、转速、加速度、长度、照度等。

5. 反馈量:是通过检测元件将输出量转换成与给定量性质相同且数量级相同的信号。如给定量为电压量,则反馈量经过转换后也应是电压量;如给定量为电流量,则反馈量经过转换后也应为电流量。这样的目的是为了便于使给定量和反馈量在比较元件处进行比较。

1.4.3 自动控制系统的分类

由于自动控制系统广泛应用于各个领域,系统要完成各种各样的控制任务,因此自动控制系统的类型很多。采用不同的标准进行划分,就有不同的分类方式。常见的分类方式有以下几种:

1. 按控制系统的结构分类

控制系统按照结构可分为开环系统和闭环系统。

(1) 开环系统

开环系统的结构简单,没有反馈通道,控制精度低。开环控制多应用在一些对精度要求不高的场合,如电风扇的控制系统。



(2) 闭环系统

闭环系统的结构复杂,有反馈通道,控制精度较高。闭环控制多应用在一些对精度要求高的场合,如温度控制系统、卫星控制系统等。

2. 按输入量的变化规律分类

按输入量的变化规律分类,可以分为连续控制系统、离散控制系统。

(1) 连续控制系统

连续控制系统的特点是:系统中各元件之间传递的信号都是连续量或模拟量,因此,这种系统又被称为模拟控制系统,连续系统的运动规律通常用微分方程来描述。目前大部分控制系统都属于连续控制系统。

(2) 离散控制系统

离散控制系统的特点是:控制系统在某处或几处传递的信号是脉冲量或数字量。离散控制系统在系统中使用采样开关将连续信号转换成离散信号。离散信号取脉冲形式的系统,称为脉冲控制系统;而离散信号以数字编码形式传递的系统,通常采用数字计算机或数字控制器控制,被称为采样数字控制系统。

3. 按输入量的变化规律分类

按输入量的变化规律划分系统时,系统可分为恒值控制系统、程序控制系统、随动控制系统。

(1) 恒值控制系统

恒值控制系统的特点是:系统的控制目标是保持输出量恒定。系统的输入量是一个恒定不变的量,控制系统的控制目标是要求系统的输出量也保持恒定。恒值控制系统是生产中最常见的一种控制系统,如自动调速系统、恒温控制系统、恒张力控制系统等等。

(2) 程序控制系统

程序控制系统的特点是:系统的给定值是变化的,但是这个给定值是按照工艺规程规定的,变化规律预知的时间函数。在这类系统中,输入信号根据设定程序自动变化,系统按照设定程序自动运行,要求被控量也按照同样的规律变化。如数控机床程序控制系统、化工行业中的间歇反应器的升温控制系统、食品工业中的罐头杀菌温度控制系统都属于此类系统。

(3) 随动控制系统

随动控制系统的特点是:输入量不是一个恒定不变的量,而是一个随时间变化的量。随动控制系统的控制目标是在各种情况下,都可保证系统的输出量能快速、准确地跟随输入量的变化。随动控制系统的最大优点是可以功率很小的输入信号去操纵功率较大的工作机械,并可以实现远距离控制。随动控制系统在工业生产和国防工业中有着广泛的应用,如火炮控制系统、自动跟踪卫星的雷达天线控制系统、工业自动化仪表中的显示记录系统等。

4. 按系统的输入量与输出量之间的关系分类

控制系统按照系统的输入量与输出量之间的关系分类,可分为线性控制系统和非线性控制系统。

(1) 线性控制系统

线性控制系统的特点是:所有环节或元件的输入—输出关系都是线性关系,因此可用线



性微分方程分析,且满足叠加原理和齐次性原理。

(2)非线性控制系统

非线性控制系统的特点是:至少有一个元件的输入—输出关系是非线性的,因此必须采用非线性系统理论来分析,且不满足叠加原理和齐次性原理的应用条件。如系统中存在死区、间隙和饱和特性,就是非线性控制系统。

5.按系统参数的变化特征分类

控制系统按照系统参数的变化特征分类,可分为定常参数控制系统和时变参数控制系统。

(1)定常参数控制系统

定常参数控制系统的特点是:控制系统所有参数都是固定不变的,是常量而不是变量,不会随着时间的变化而发生改变,使用常系数微分方程就可以描述它,对它进行观察和研究也不受时间限制。通常只要控制系统的参数变化不太明显,一般都可视作定常系统,因为绝对的定常系统是不存在的。

(2)时变参数控制系统

时变参数控制系统的特点是:控制系统的部分或全部参数将会随着时间的变化而发生变化,即这些参数是时间的函数,描述它的运动规律必须用变系数微分方程,系统的性质也会随时间变化。如导弹控制系统就是典型的时变系统,导弹在飞行的过程中,自身所携带的燃料不断被消耗,系统的质量在不断变化。

本书将主要研究连续、线性、定常控制系统的特点及分析方法。



1.5 自动控制系统的基本要求

对于任何一个控制系统而言,只有两种状态:稳态和暂态。稳态是指系统的输出能够在一定的时间内保持恒定,或者始终在很小的范围内变化,如系统没有输出也属于一种稳态。暂态是指系统的输出由一种稳定状态向另外一种新的稳定状态过渡的过程。控制系统或者处于稳态,或者处于暂态,而不可能处于稳态和暂态之外的其他状态。

通常,当输入量发生变化或系统有扰动量出现时,系统的输出量将会发生变化,使系统的输出量与给定量之间出现较大的偏差,这个偏差通过控制器对控制系统的控制作用,将使系统的输出量最终稳定,达到一个新的稳态。这个过渡过程也称为动态过程。

系统控制性能的好坏,是可以过渡过程表现出来的,那么如何衡量控制系统在过渡过程中的性能好坏呢?通常我们使用三个指标定性地描述系统的特性:稳定性、准确性和快速性,即稳、准、快。

1.稳定性

稳定性在三个性能指标中居于首位,是对控制系统最基本的要求,也是最重要的指标,它的好坏直接决定了系统能否正常工作。如果一个控制系统无法稳定工作,则研究系统的准确性和快速性是没有价值和意义的。



所谓稳定性是指:当系统受扰动作用前处于稳态,受扰动作用后系统的输出偏离了原来的稳态,如果扰动消失后系统能够回到扰动作用以前的稳态,则称系统是稳定的,如图 1-14(a)所示;如果扰动作用消失后,系统并不能回到原来的稳态,甚至最后随时间的推移偏离原稳态值越来越大,则这样的系统就是不稳定的系统,如图 1-14(b)所示。稳定性是保证控制系统正常工作的先决条件。

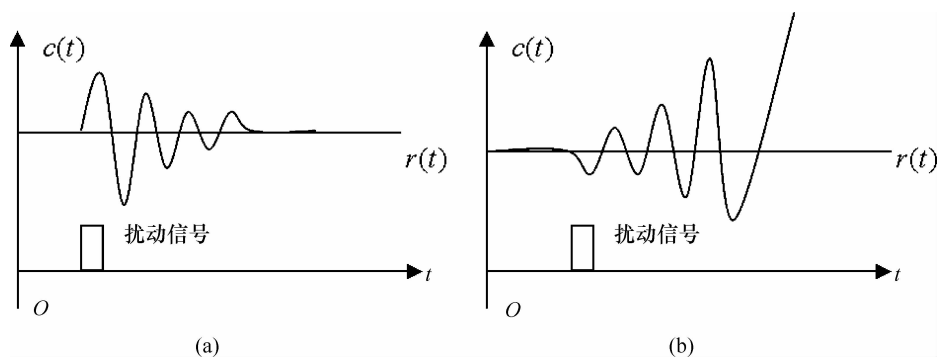


图 1-14 自动控制系统的动态过程

(a) 稳定系统; (b) 不稳定系统

对恒值系统而言,要求当系统受到扰动后,经过一定时间的调整能够回到原来的期望值。而对随动系统而言,被控制量始终跟踪参考量的变化。稳定性通常是由系统的结构决定的,与外界因素无关,系统的稳定性是对系统的基本要求,不稳定的系统不能实现预定任务。需要指出,线性控制系统的稳定性是由系统本身的结构与参数决定的,与外界因素无关,如果系统的稳定性并不理想,则需要通过修改系统结构或者系统参数来改善系统的稳定性。

2. 准确性

准确性又称稳态精度,是对控制系统稳态性能的要求。对于一个稳定的控制系统而言,系统的准确性是指从一种稳态由于扰动作用的出现,进入暂态进行调整,当暂态过程结束后,达到新的稳态时,系统输出量与给定量之间的差。这个差值也被称为稳态误差,用 e_{ss} 表示。稳态误差越小,表示系统的输出量跟踪输入量的精度越高;稳态误差越大,则表示系统的输出量跟踪输入量的精度越低;对于 $e_{ss} \neq 0$ 的系统,则称为有静差系统,如图 1-15(a)所

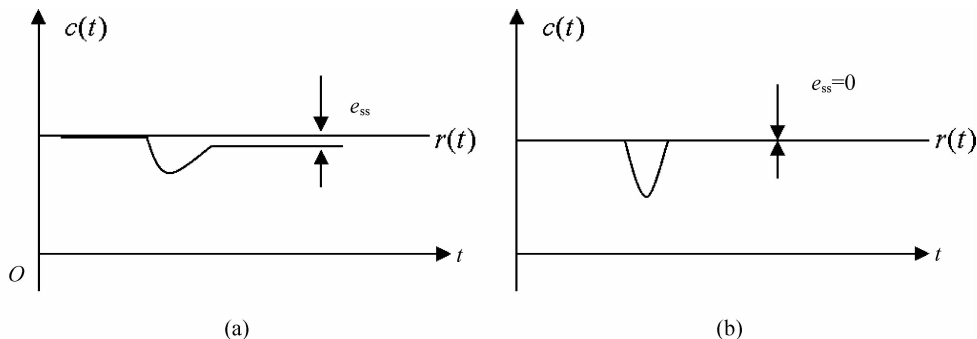


图 1-15 有静差与无静差系统

(a) $e_{ss} \neq 0$ 有静差系统; (b) $e_{ss} = 0$ 无静差系统



示,而对于 $e_{ss}=0$ 的系统,称为无静差系统,如图 1-15(b)所示。稳态误差是衡量控制系统性能好坏的另一项重要指标,自动控制系统设计者的任务之一就是在兼顾控制系统其他性能指标的同时,使稳态误差尽可能小或小于某个允许的误差范围。

3. 快速性

快速性是指对于一个稳定的控制系统,系统通过自身的调节功能,能够最终消除输出量与给定量之间偏差的快慢程度,也就是系统暂态过渡时所用的时间。

通常,控制系统总是存在着一定的惯性,如电动机的电磁惯性、机械惯性等,这致使系统在扰动量或给定量发生变化时,被控量不能突变,需要有一个过渡过程,即暂态过程。这个暂态过程持续的时间可能很短,也可能需要经过一个漫长的过程才能达到稳态值,又或者需要经过一个振荡过程达到稳态值,这反应出的是系统的暂态性能。在工程上暂态性能是很重要的。一般来说,为了提高生产效率,系统应有足够的快速性,但是如果暂态过渡时间太短,系统机械冲击会很大,容易影响机械寿命,甚至损坏设备;反之,如果暂态过渡时间太长,又会影响生产效率。如图 1-16(a)所示,是一个惯性系统,系统的快速性较差;图 1-16(b)是一个快速响应系统,系统的响应速度很快。

在工程实际中,对自动控制系统有一定的暂态性能指标要求,通常用超调量、调整时间、振荡次数等指标来表示。超调量是衡量系统相对稳定性的指标,调整时间是衡量系统快速性的指标,振荡次数是指系统输出响应穿越稳态值次数的一半。这些指标的具体定义及计算方法将在后面的章节中详细介绍。

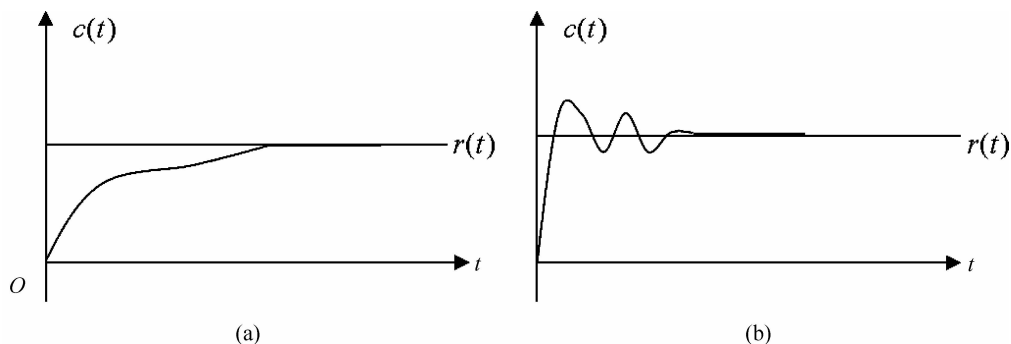


图 1-16 有静差与无静差系统

(a) 惯性系统; (b) 快速响应系统

4. 自动控制系统的动态过程

自动控制系统由暂态过渡到稳态的过程,应满足系统的暂态性能要求。当系统给定量或扰动量突然增加,输出量也应变化,如果系统没有惯性,则可瞬间达到稳态。但通常由于系统存在惯性,如电磁惯性、机械惯性,输出量不可能突变,瞬间达到稳态。系统都需要一个暂态过程后才能达到稳态,暂态过程有以下几种情况:

(1) 单调过程:图 1-17(a)所示,是 t_1 时刻给定量突然增大后,系统输出量的变化情况;图 1-17(b)所示,是负载突然增大后,系统输出量的变化情况。可以看出,这两种情况下,系统的输



出量变化是一个单调向上或向下的过程,其间并没有出现输出量超过给定量的情况,通常,这种输出量的变化也反映出系统具有一定的惯性。动态过程是单调过程的系统是稳定的。

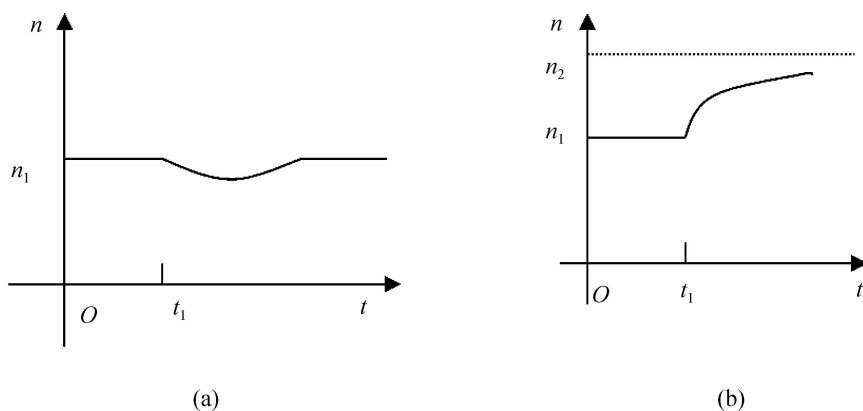


图 1-17 单调过程

(a) 给定量突然增大; (b) 负载突然增大

(2) 衰减振荡过程:图 1-18(a)所示,是 t_1 时刻给定量突然增大后,系统输出量的变化情况;图 1-18(b)所示,是负载突然增大后,系统输出量的变化情况。图中可以看出,不论是系统给定量增大还是负载增大后,控制系统都从原来的稳态经过暂态达到了新的稳态,但是这个暂态过程出现了输出量大于稳态值的情况,或者说出现了一定的超调量,经过几个振荡周期后,超调量迅速衰减,最后达到新的稳态。动态过程是衰减振荡过程的系统是稳定的。

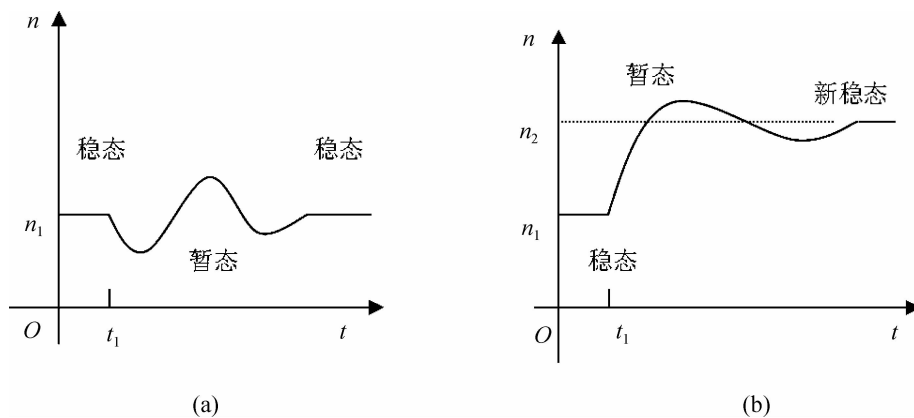


图 1-18 衰减振荡过程

(a) 给定量突然增大; (b) 负载突然增大

(3) 发散振荡过程:图 1-19(a)所示,是给定量突然变化后,系统输出量的变化情况;图 1-19(b)所示,是负载突然变化后,系统输出量的变化情况。图中的系统输出曲线均呈现出发散特性,系统的输出产生的振幅越来越大,偏离原来稳态值越来越远。这种动态过程反映出系统是不稳定的。

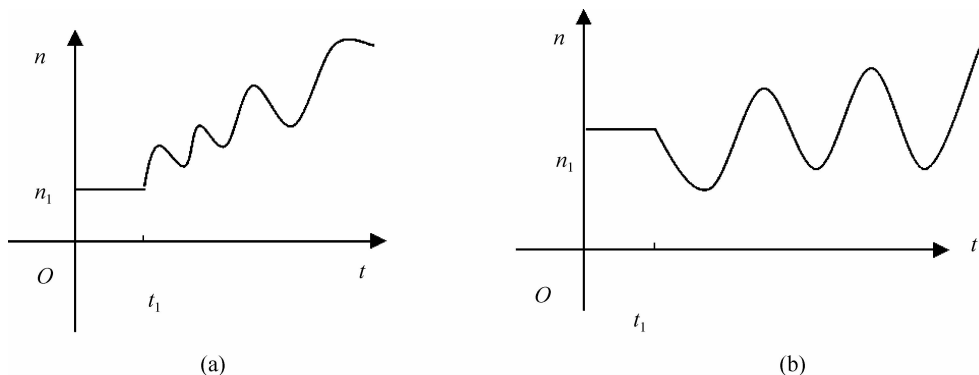


图 1-19 发散振荡过程

(a) 给定量突然变化; (b) 负载突然变化

控制系统的稳定性、准确性和快速性是用来描述控制系统特性的参数,研究和分析控制系统也主要围绕这 3 个方面展开,后面将深入研究控制系统的这些特点和影响因素。

本章小结

自动控制是指在没有人直接参与的情况下,利用外加的设备或装置(称控制装置或控制器),使机器、设备或生产过程(统称被控对象)的某个工作状态或参数(即被控量)自动地按照预定的规律运行。

自动控制系统有两种基本结构,开环控制系统和闭环控制系统。开环控制系统与闭环控制系统的区别就在于控制系统中有无反馈环节。

任何一个控制系统都可以分成被控对象和控制器两部分,组成自动控制系统的部分共有七种:被控对象、给定元件、比较元件、中间元件、执行元件、测量元件、校正元件。

自动控制系统按结构分类,可以分为开环系统和闭环系统;按输入量的变化规律分类,可以分为连续控制系统、离散控制系统;按输入量的变化规律划分系统时,系统可分为恒值控制系统、程序控制系统、随动控制系统;按照系统的输入量与输出量之间的关系分类,可分为线性控制系统和非线性控制系统;按照系统参数的变化特征分类,可分为定常参数控制系统和时变参数控制系统。

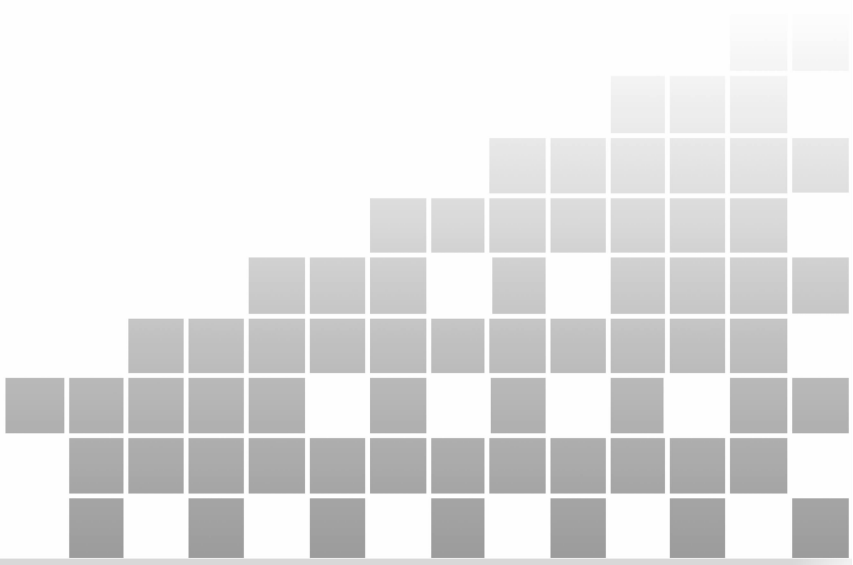
自动控制系统控制性能的好坏用三个指标来衡量:稳定性、准确性和快速性,即稳、准、快。稳定性是对控制系统最基本的要求,也是最重要的指标;准确性又称稳态精度,是对控制系统稳态性能的要求;快速性反映的是系统暂态过渡时所用的时间。

自动控制原理是分析和设计自动控制系统的理论基础,大致可以分为经典控制理论和现代控制理论两大部分,本书将主要介绍经典控制理论。随着生产技术的不断发展和更新,自动控制理论也在不断地发展,了解这些方面的情况,对于掌握自动控制技术是十分必要的。

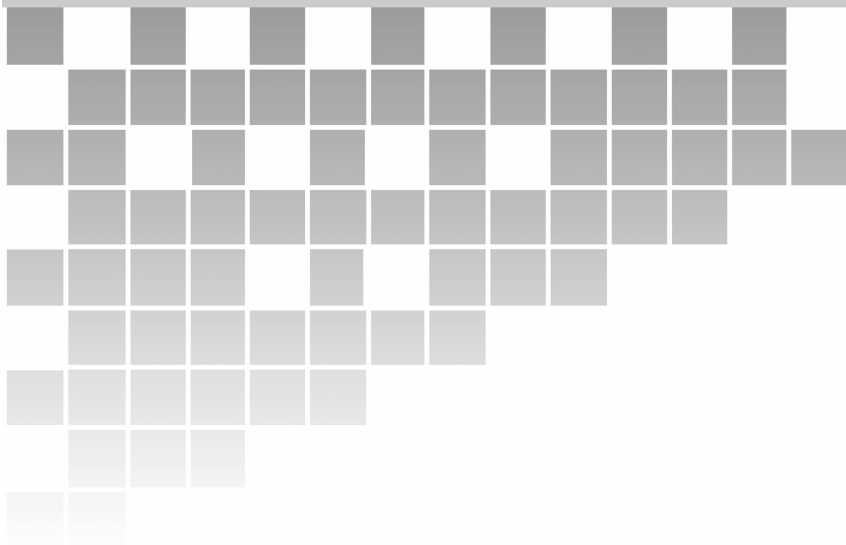


习 题

1. 请说明自动控制系统由哪几个部分组成,每个部分的作用是什么?
2. 什么是闭环控制系统,开环控制系统和闭环控制系统有什么区别?
3. 对自动控制系统的基本性能要求是什么?
4. 图 1-7 中所示的转速闭环控制系统中,若测速发电机的正负极性接反了,试问系统能否正常工作?为什么?



2 自动控制系统的数学模型



自动控制理论的研究对象是自动控制系统,系统由被控对象、给定元件、比较元件、中间元件、执行元件、测量元件、校正元件等组成。要研究分析控制系统的性能特点,必须首先建立一个能够描述该控制系统内部变量之间关系的数学模型,然后以该数学模型为研究对象,应用经典控制理论或者现代控制理论的研究方法分析系统性能,研究改善控制系统性能和特性的方法。因此,在分析和研究自动控制系统性能之前,必须首先建立被研究控制系统的数学模型。

控制系统的数学模型,是描述系统输入、输出以及内部各变量之间关系的数学表达式。解析法和实验法是建立控制系统数学模型的两种常用方法。解析法是根据系统所遵循的物理学定律、定理(例如,电学中有基尔霍夫定律、力学中有牛顿定律、热力学中有热力学定律等),对系统各部分的运动机理进行分析、研究,通过数学推导,列写相应的运动方程。实验法是在系统的输入端施加一定形式的测试信号,通过实验测试并记录系统的输出信号,按照物理量随时间的变化规律,根据输入、输出特性确定系统的数学模型,这种方法又称为系统辨识。

本章只介绍用解析法建立数学模型的方法以及经典控制理论中常用的数学模型:微分方程、传递函数和动态结构图。



2.1 控制系统的微分方程

微分方程是在时域中描述系统(或元件)动态特性的数学模型。当系统的输入量和输出量都是时间 t 的函数时,通过列写控制系统的微分方程可以直接描述输入量与输出量之间的数学关系。微分方程式是描述自动控制系统动态特性的最基本方法。

通常一个完整的控制系统是由多个元件或者环节组成的,系统中的每个环节按照它们的运动规律可以列写出相应的微分方程,最后将这些微分方程按照系统结构结合起来,就能得到整个系统的微分方程。

2.1.1 微分方程的建立

要建立控制系统的微分方程,首先要找到这个控制系统输入量与输出量之间的数学关系,用解析法列写系统微分方程的一般步骤是:

- (1) 根据系统的工作情况,确定系统的输入量、中间变量、输出变量;
- (2) 从输入端开始,按照信号的传递顺序,依据各变量所遵循的物理定律和法则,列出各元件的约束关系式,构成微分方程组;
- (3) 消去中间变量,得到控制系统的微分方程,将该微分方程标准化。

下面举例说明微分方程的建立过程。

例 2-1 图 2-1 所示为 RC 滤波电路,输入电压 $u_i(t)$ 、输出电压 $u_o(t)$,列写该网络的微分方程。

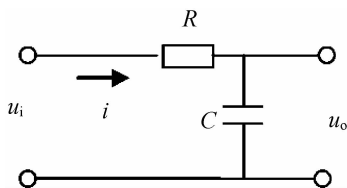


图 2-1 RC 滤波电路

解:

- (1) 由题知,输入量是 $u_i(t)$,输出量是 $u_o(t)$,电流 i 是中间变量。
- (2) 根据基尔霍夫定律,可写出下列方程式;

$$\begin{cases} Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = u_i(t) \\ \frac{1}{C} \int i(t) dt = u_o(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

消去中间变量 $i(t)$ 后得到

$$RC \frac{du_o(t)}{dt} + u_o(t) = u_i(t) \quad (2.2)$$

式(2.2)就是所求系统的微分方程。



例 2-2 图 2-2 所示为 RLC 电路,输入电压 $u_r(t)$ 、输出电压 $u_c(t)$,列写该网络的微分方程。

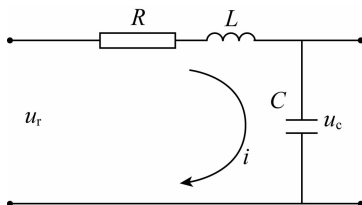


图 2-2 RLC 电路

解:

(1) 由题知,输入量是 $u_r(t)$,输出量是 $u_c(t)$,电流 i 是中间变量。

(2) 根据基尔霍夫定律,可写出下列方程式;

$$\begin{cases} Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t) \\ i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} \end{cases} \quad (2.3)$$

消去中间变量 $i(t)$ 后得到

$$LC \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t) \quad (2.4)$$

式(2.4)就是系统的微分方程。

例 2-3 图 2-3 所示是 RC 电路,求该网络的微分方程。

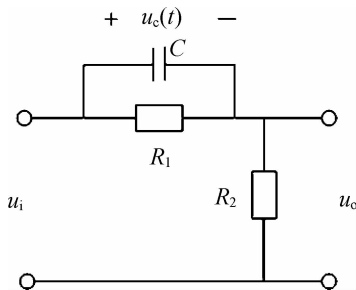


图 2-3 RC 电路

解:设电容 C 上电压为 $u_c(t)$,由基尔霍夫定律可写出回路方程为

$$\begin{aligned} u_c(t) &= u_i(t) - u_o(t) \\ C \frac{du_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{R_1} &= \frac{u_o(t)}{R_2} \end{aligned}$$

整理后,输入输出关系的微分方程为

$$C \frac{du_o(t)}{dt} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)u_o(t) = C \frac{du_i(t)}{dt} + \frac{u_i(t)}{R_1}$$

2.1.2 微分方程的求解

建立了控制系统的微分方程后,下面的工作就是求解微分方程。首先得到被控量随时



间变化的关系式,然后绘制出被控量随时间变化的动态过程曲线,最后根据该曲线对系统性能进行分析和评价。因为直接求解微分方程尤其是高阶微分方程是非常困难的,所以为了简化控制系统计算和分析的工作量,工程实际中并不是采用直接求解微分方程的方法,而是采用拉普拉斯变换(简称拉氏变换)的方法求解微分方程。

使用拉普拉斯变换首先将原来微分方程中时域的微分、积分运算转化为 s 域简单的代数运算,在 s 域运算的结果再利用拉普拉斯反变换,即可得到被控量的时域表达式。

1. 拉普拉斯变换(拉氏变换)的定义

设函数 $f(t)$ 满足 ① $t < 0$ 时 $f(t) = 0$,

$$\textcircled{2} t > 0 \text{ 时, } f(t) \text{ 分段连续 } \int_0^{\infty} |f(t)e^{-st}| dt < \infty$$

则 $f(t)$ 的拉氏变换存在,其表达式记作

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (2.5)$$

这里, $F(s)$ 是 $f(t)$ 的象函数或者拉氏变换函数, $f(t)$ 称为 $F(s)$ 的原函数。

上述拉普拉斯变换的定义给出了求取拉普拉斯变换的基本方法,但是在工程应用中,并不是每一次都去推导各种函数的拉普拉斯变换式,更常用的方法是通过查找拉普拉斯变换表的方法得到拉普拉斯变换式。如表 2-1 所示,是常用函数的拉氏变换对照表,在表中,可以根据原函数 $f(t)$ 查找拉氏变换后对应的象函数 $F(s)$,也可以根据已知的象函数 $F(s)$ 找到原函数 $f(t)$ 。

表 2-1 常用函数拉氏变换对照表

序号	原函数 $f(t)$	象函数 $F(s)$
1	1	$\delta(t)$
2	$1(t)$	$\frac{1}{s}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$
4	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
5	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
6	$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
7	$\cos\omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
8	$t^n (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
9	$t^n e^{-at} (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
10	$\frac{1}{(b-a)}(e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$



序号	原函数 $f(t)$	象函数 $F(s)$
11	$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
12	$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
13	$\frac{1}{a^2}(at - 1 + e^{-at})$	$\frac{1}{s^2(s+a)}$
14	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t)$	$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2}$

在进行拉普拉斯变换时,有时还需要利用变换定理,下面就介绍这些拉氏变换基本定理。

2. 拉氏变换基本定理

$$(1) \text{线性定理} \quad L[a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)] = a_1 F_1(s) + a_2 F_2(s) \quad (2.6)$$

$$(2) \text{位移定理} \quad L[e^{at} f(t)] = F(s+a) \quad (2.7)$$

$$(3) \text{延迟定理} \quad L[f(t-\tau)] = e^{-s\tau} F(s) \quad (2.8)$$

$$(4) \text{终值定理} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (2.9)$$

$$(5) \text{初值定理} \quad \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) \quad (2.10)$$

$$(6) \text{微分定理} \quad L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0) \quad (2.11)$$

$$L\left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2}\right] = s^2 F(s) - sf(0) - f'(0) \quad (2.12)$$

在零初始条件下,微分定理的通式可以写为

$$L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = s^n F(s) \quad (2.13)$$

3. 拉氏反变换

求取拉氏反变换的基本方法是查拉氏变换表。但是,如果在拉氏变换表中查不到反变换表达式时,应把象函数 $F(s)$ 展开成若干个简单分式和的形式,然后就可从拉氏变换表中找到这些简单分式的反变换表达式,完成拉氏反变换。

设 $F(s)$ 是 s 的有理分式,可以化成下列因式的分解形式:

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{k(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)} \quad (2.14)$$

(1) $F(s)$ 中具有不同的极点时,可展开为

$$F(s) = \frac{a_1}{s+p_1} + \frac{a_2}{s+p_2} + \cdots + \frac{a_n}{s+p_n}$$

$$a_k = \left[\frac{B(s)}{A(s)} (s+p_k) \right]_{s \pm p_k}$$

(2) $F(s)$ 含有共扼复数极点时,可展开为

$$F(s) = \frac{a_1 s + a_2}{(s+p_1)(s+p_2)} + \frac{a_3}{s+p_3} + \cdots + \frac{a_n}{s+p_n}$$

$$\left[a_1 s + a_2 \right]_{s \pm p_1} = \left[\frac{B(s)}{A(s)} (s+p_1)(s+p_2) \right]_{s \pm p_1}$$



例 2-4 已知 $F(s) = \frac{s+5}{s^2+4s+3}$, 求其拉氏反变换。

解: (1) 将 $F(s)$ 进行因式分解, 可得

$$F(s) = \frac{s+5}{s^2+4s+3} = \frac{C_1}{s+3} + \frac{C_2}{s+1}$$

(2) 利用待定系数法, 可得 $C_1 = -1, C_2 = 2$

即
$$F(s) = \frac{s+5}{s^2+4s+3} = \frac{-1}{s+3} + \frac{2}{s+1}$$

(3) 查拉氏变换表, 可得

$$f(t) = 2e^{-t} - e^{-3t}$$

例 2-5 已知微分方程 $5 \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t)$, 求其拉氏变换。

解: (1) 对微分方程两边分别进行拉氏变换, 得:

$$5sC(s) + C(s) = R(s)$$

(2) 对上式进行整理后, 可得

$$C(s) = \frac{1}{5s+1} R(s)$$

例 2-6 已知微分方程 $5 \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t)$, $r(t) = 1$ 时, 求 $c(t)$ 。

解: (1) 将 $r(t) = 1$ 进行拉氏变换, 得到

$$R(s) = \frac{1}{s}$$

(2) 将 $R(s)$ 代入 $C(s) = \frac{1}{5s+1} R(s)$, 可得

$$C(s) = \frac{1}{(5s+1)s}$$

(3) 将上式分解为部分分式之和, 可得

$$C(s) = \frac{c_1}{s} + \frac{c_2}{5s+1}$$

(4) 待定系数法求得

$$c_1 = 1, c_2 = -5$$

(5) 代入可得

$$C(s) = \frac{1}{s} + \frac{-5}{5s+1}$$

(6) 对上式进行拉氏逆变换, 可得

$$c(t) = 1 - e^{-\frac{t}{5}}$$

例 2-7 已知微分方程 $5 \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t)$, $r(t) = t$ 时, 求 $c(t)$ 。

解: (1) 将 $r(t) = t$ 进行拉氏变换, 得到

$$R(s) = \frac{1}{s^2}$$



(2) 将 $R(s)$ 代入 $C(s) = \frac{1}{5s+1}R(s)$, 可得

$$C(s) = \frac{1}{(5s+1)s^2}$$

(3) 将上式分解为部分分式之和, 可得

$$C(s) = \frac{c_1}{s^2} + \frac{c_2}{s} + \frac{c_3}{5s+1}$$

(4) 待定系数法求得

$$c_1 = 1, c_2 = -5, c_3 = 25$$

(5) 代入可得

$$C(s) = \frac{1}{s^2} + \frac{-5}{s} + \frac{25}{5s+1}$$

(6) 对上式进行拉氏逆变换, 可得

$$c(t) = t - 5 + 5e^{-\frac{t}{5}}$$

2.2 控制系统的传递函数

控制系统的微分方程, 是在时域内描述系统动态性能的数学模型。通过求解微分方程, 能够得到被控量在动态过程中的时间函数, 这些对于了解控制系统的运动规律和系统性能是非常关键的。对于高阶微分方程, 由于难以根据微分方程的解, 找到改进控制系统性能的有效方法。所以, 在对微分方程进行拉普拉斯变换之后, 使用能描述线性定常系统在复数域中的数学模型——传递函数。传递函数不但可以用来表征系统的动态特性, 而且可以据此研究控制系统的结构或参数变化对系统性能带来的各种影响。经典控制理论中广泛使用的系统分析方法如: 频率法、根轨迹法, 都是建立在传递函数基础上的。下面将详细介绍传递函数的基本概念及其性质, 在此基础上再介绍典型环节的传递函数。

2.2.1 传递函数的定义

设有线性定常系统, 系统的输入量为 $r(t)$, 系统的输出量为 $c(t)$, 则 n 阶系统微分方程的一般形式为

$$a_n \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 c(t) = b_m \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_0 r(t) \quad (2.15)$$

式中: $n \geq m$; $a_n, b_m (n, m = 0, 1, 2, \cdots)$ 均为实数。

零初始条件下, 对微分方程两边取拉氏变换, 可得到传递函数:

$$G(s) = \frac{L[c(t)]}{L[r(t)]} = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (n \geq m) \quad (2.16)$$

传递函数的定义: 在零初始条件下, 线性定常系统的输出量 $c(t)$ 的拉普拉斯变换 $C(s)$ 与输入量 $r(t)$ 的拉普拉斯变换 $R(s)$ 之比, 称为线性定常系统的传递函数 $G(s)$ 。



$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} \quad (2.17)$$

传递函数 $G(s)$ 表明了系统输入量 $R(s)$ 、输出量 $C(s)$ 及系统传递函数 $G(s)$ 之间的关系,若传递函数 $G(s)$ 已知,则可根据系统的输入量 $R(s)$ 求出系统的输出量 $C(s)$ 。

$$C(s) = R(s) \cdot G(s) \quad (2.18)$$

2.2.2 传递函数的性质

1. 传递函数只适用于线性定常系统。

2. 传递函数,是一种描述其动态特性的数学模型,它和系统的微分方程是对应关系,确定的微分方程式,只有一个唯一的传递函数与之对应。

3. 传递函数只取决于系统的结构和参数,而与系统的输入量、输出量无关。它是复变量 s 的有理真分式函数, $s = \sigma + j\omega$, 其中 σ 为实部, $j\omega$ 为虚部。分子的阶数 m 低于分母的阶数 n , 且所有系数均为实数。传递函数只与系统本身的内部结构和参数有关,而与输入量、扰动量等外部因素无关,它代表了系统的固有特性,是一种用系统参数来表示输入输出之间关系的数学模型。

4. 任何一个传递函数都有一定的零点、极点与之对应,因此传递函数的零点、极点分布图也表征了系统的动态特性。将传递函数定义式中的分母、分子多项式分解后,可以得到下式:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = K \frac{(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)} \quad (2.19)$$

5. 传递函数是一种运算函数。由传递函数定义式可知 $C(s) = R(s) \cdot G(s)$, 只要已知一个系统的传递函数 $G(s)$, 则对任意一个输入量 $r(t)$, 只要用其象函数 $R(s)$ 乘以 $G(s)$, 就可以得到输出量的象函数 $C(s)$, 再经过拉氏逆变换, 即可得到输出量 $c(t)$ 。

2.2.3 典型环节的传递函数

用于描述控制系统的微分方程可能是高阶微分方程,那么高阶微分方程经过拉氏变换后得到的控制系统的传递函数也往往是高阶的。但是,不管控制系统的传递函数阶次有多高,均可化为如比例环节、惯性环节、微分环节、积分环节、振荡环节和延时环节等简单的一阶、二阶典型环节。因此,要想能够分析复杂的控制系统,熟悉并掌握这些典型环节的特性,将有助于我们分析和研究复杂控制系统。

下面将介绍典型环节的传递函数。

1. 比例环节

比例环节又称为放大环节,其特点是比例环节的输出量与输入量之间始终保持一种固定的比例关系,即系统的输出量能够按比例地反映输入量的情况,不会出现滞后或失真的情况。

比例环节的微分方程是:

$$c(t) = Kr(t) \quad (2.20)$$

式中: $c(t)$ —— 输出量;

$r(t)$ —— 输入量;



K ——比例环节的放大系数或增益(常数),也称为放大倍数。

比例环节的传递函数为:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = K \quad (2.21)$$

例 2-8 图 2-4 所示为运算放大器,其输出电压 $u_o(t)$ 与输入电压 $u_i(t)$ 之间有如下关系

$$u_o(t) = -\frac{R_2}{R_1} u_i(t)$$

式中, R_1 、 R_2 为电阻。求其传递函数。

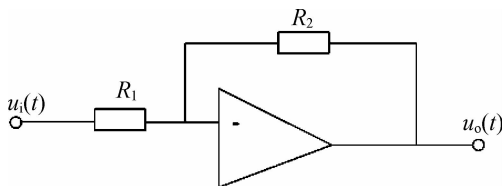


图 2-4 运算放大器

解:经拉氏变换后得其传递函数为

$$G(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = -\frac{R_2}{R_1} = K$$

2. 积分环节

积分环节的特点是:积分环节的输出量与输入量对时间的积分成正比例,即输出量的大小将取决于输入量对时间的积累过程,并且这个输出将会随着时间的流逝而变得越来越大,通常可以使用积分环节改善系统特性。

积分环节的积分方程是:

$$c(t) = \frac{1}{T} \int r(t) dt \quad (2.22)$$

积分环节的传递函数是:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts} \quad (2.23)$$

式中: T ——积分环节的时间常数,也称为积分时间。

时间常数 T 决定了积分作用的强弱, T 越小,则积分作用越强烈。当积分环节的输入量变为零时,积分作用将会停止,但是积分环节的输出维持不变,并不会因为积分环节的输入为零而使输出也变为零,即积分环节有记忆功能。

3. 微分环节

微分环节的特点是:微分环节的输出量与输入量的微分成正比例,即输出量与输入量的大小无关,既不因为输入量较大而输出量较大,也不因为输入量小而输出量小,环节的输出量与输入量的变化率成正比例关系。当输入量突然迅速增大或减小时,微分环节才会有输出,输入量始终保持不变时,微分环节是没有输出的,微分环节的输出往往预示着输入量的变化趋势,通常微分环节也被用来改善系统特性。

微分环节的微分方程是: