



目 录

1	概 论	(1)
1.1	自动控制的概念及其发展史	(1)
1.2	自动控制系统组成及系统举例	(5)
1.3	控制系统的分类	(12)
1.4	自动控制系统一般要求	(15)
2	控制系统数学模型的建立	(19)
2.1	控制系统的数学模型	(19)
2.2	控制系统的时域数学模型	(20)
2.3	控制系统的复数域数学模型	(23)
2.4	系统的动态结构图	(29)
2.5	系统动态结构图的化简	(32)
2.6	系统典型环节举例	(39)
2.7	自动控制系统的反馈控制	(47)
3	系统的时域分析方法	(54)
3.1	拉普拉斯变换及其逆变换	(54)
3.2	系统的典型输入信号及性能指标	(63)
3.3	一阶系统的分析	(69)
3.4	二阶系统的时域性能分析	(74)
3.5	高阶系统分析	(88)
3.6	系统的稳定性分析	(89)
3.7	线性系统稳态误差的计算	(95)
4	控制系统的频域分析	(108)
4.1	频率特性的基本概念	(108)
4.2	典型环节的频率特性分析	(115)
4.3	控制系统伯德图的绘制方法	(125)



4.4	控制系统的稳定判据—乃奎斯特判据	(131)
5	自动控制系统的校正	(142)
5.1	系统校正的基本概念	(142)
5.2	系统校正方式	(144)
5.3	串联校正	(147)
5.4	反馈校正	(160)
5.5	复合校正	(162)
5.6	PID 控制器	(167)
6	离散控制系统分析	(175)
6.1	离散控制系统的基本概念	(175)
6.2	采样控制系统的数学模型	(187)
6.3	离散控制系统的性能分析	(195)
附	录	(208)
第一节	MATLAB 语言简介	(208)
第二节	MATLAB 基本命令与基本函数	(210)
第三节	MATLAB 在自动控制系统中的应用	(217)
参考文献		(226)



1 概 论

现代社会，人们越来越多地提到自动控制，究竟什么是自动控制，自动控制究竟是从什么时候发展起来的，它包含了什么内容，如何才能够实现自动控制？带着这一系列的问题，开始学习本章内容的学习。

通过本章的学习要求学生了解自动控制的发展史、基本概念以及系统组成和系统分类等内容，能够区分开环和闭环系统并理解各种控制方式的特点。



1. 1 自动控制的 概念及其发展史

1. 1. 1 自动控制的 概念

自动控制是人类在征服自然的生产实践活动中孕育、产生并随着社会发展和科学进步而不断发展、完善起来的。随着现代社会的发展，自动化已经深入到我们生活的各个方面，自动控制技术及理论已经广泛地应用于机械、冶金、石油、化工、电子、电力、航空、航海、航天、核反应堆等各个学科领域。近几十年来，控制学科的应用范围还扩展到城市交通管理、生物医学、气象控制、经济管理、社会科学、环境和生态控制等其他许多社会生活领域，并为各学科之间的相互渗透、融合起了促进作用。工业生产的自动化，很大程度上改善了劳动条件，增加了产量，提高了产品质量并且将人们从繁重的体力劳动和单调重复的脑力劳动中解放出来，这些对人类征服大自然、探索新能源、发展空间技术和创造人类社会文明等方面都具有十分重要的意义。

现代的自动控制技术体现在人们生活的各个方面，洗衣机、电视机、空调、电冰箱等等，都应用了自动控制技术，正是由于自动控制技术的应用，才使人们的生活更加方便、舒适，可以说自动控制改变了人们的生活，并使生活更加美好。那么究竟什么是自



动控制，它和传统意义上的人工控制到底区别在哪里呢，下面进行分析。

自动控制的概念：在没有人直接参与的情况下，利用控制装置对机器设备或者生产过程进行控制，使其输出量按照预定的规律变化，并达到预期状态或性能指标要求的过程。如何区别自动控制和人工控制呢，主要看整个过程人是否直接参与进去，如果没有直接参与就属于自动控制范畴，否则为人工控制。

下面以两个例子来分别说明人工控制与自动控制的区别。

图 1-1 (a) 所示为人工控制水位保持恒定的供水系统。水池中的水位是被控制的物理量，简称被控量。水池这个设备是被控制的对象，简称被控对象。当水位在要求位置且流入、流出量相等时，它处于平衡状态，水位保持不变。当水的流出量发生变化或水位给定值（要求位置）发生变化时，就需要对流入量进行控制。在人工控制方式下，工人用眼观察水位的高低，用脑比较实际水位与期望水位（要求水位）的差异并根据经验做出决策，确定进水阀门的调节方向与幅度，然后用手对进水阀门进行调节，最终使水位等于给定值。只要水位偏离了期望值，工人便要重复上述调节过程，对水位进行调整，知道水位达到期望值。

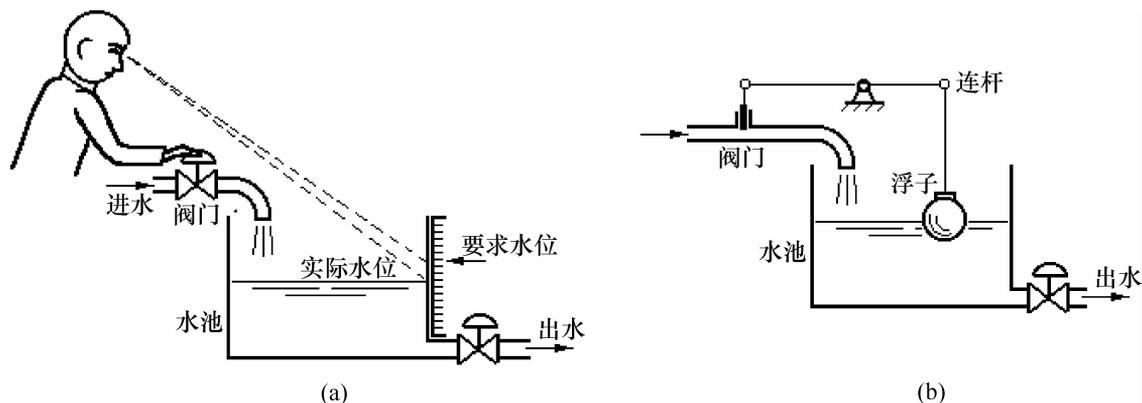


图 1-1 水位控制系统

(a) 人工控制的水位系统；(b) 简单的水位自动控制系统

图 1-1 (b) 所示为水池水位自动控制系统的一种简单形式，这种水位结构与家里常用的抽水马桶的水箱结构类似。这里的浮子代替了人的眼睛的功能，用来判断水位高低，杠杆机构一头连接浮子一头连接入水阀门，代替人的大脑和手的功能，用来测量水位并根据实际水位与期望水位之间的偏差，调节入水阀门的开关位置。如果出水量增大，浮子和水位的位置下降，浮子下降后会带动连杆机构的使进水阀打开位置增加，进水量增加，水位上升带动浮子上升，直到水位达到期望值。如果水位过高，浮子带动连杆机构关闭入水阀门，只出水，直到水位达到期望值。通过这种方法实现对水位的自动调节，在



整个控制过程中，没有人的直接参与，整个控制过程是自动进行的。

通过以上两个例子能够非常清楚地发现人工控制与自动控制的区别，是否有人的直接参与是两种控制方式最根本的区别，在今后遇到一些系统时可以以此为标准来对人工控制和自动控制进行区分。

1. 1. 2 自动控制的发展史

第一个在工业领域使用的带有反馈的调节装置当属瓦特发明的离心力控制器，这是他在 1769 年为纽卡门的蒸汽机量身定做的。与此同时，俄罗斯人波尔祖诺夫发明了带有反馈的水面高度控制器，也属世界首创。水面高度的信息传递到浮子上，然后再反作用于蒸汽阀门上。

从 1868 年起，自动控制被许多新的发明推动着不断前进。但是，人们如果想要提高控制的精准性，就必须发展出自动控制领域一套完整的理论。这方面最早的数学理论是由麦克斯韦提出的，他为离心力控制器用微分方程构造了一个模型，并对微分方程的稳定性进行了分析，开辟了用数学方法分析研究控制系统的途径，后来又出现了劳斯和霍尔维兹分别对稳定性的研究成果。1892 年俄国数学家李雅普诺夫用严格的数学分析方法全面的论述了稳定性的问题，从而形成了李雅普诺夫稳定性理论，1927 年美国贝尔实验室的电气工程师布莱克在解决电子管放大器的失真问题时首先引入了反馈的概念，为自动控制理论的形成奠定了概念上的基础。1925 年英国物理学家，电气工程师奥利弗·亥维塞将拉普拉斯变换引入到求解电网络的问题，不久就被应用到分析自动控制领域，并取得了显著的成果，并为时域到复数域分析自动控制奠定了基础。1932 年美国物理学家 Nyquist 运用复变函数的理论分析建立了以频率特性为基础的稳定判据，即 Nyquist 稳定判据奠定了频率响应分析的基础。随后于 20 世纪 30 年代末，Bode 及尼克尔斯进一步发展了频域分析法。1948 年美国科学家伊万思提出根轨迹分析法，并进一步将其应用到反馈控制的设计中，从而形成了根轨迹法。至此，经典控制理论阶段已经成熟。

直到“二战”，自动控制系统的理论和实践在美国、西欧和在俄国、东欧沿着不同的方向发展。在西方，系统一般都在频域描述，问题都用伯德、尼奎斯特和布莱克的方法解决，而前苏联的数学家和工程师们一般在时域用微分方程解决问题。

自动控制技术的重大突破发生在“二战”时期，因为制造武器装备，必须处理复杂的系统。雷达，无人驾驶和自动瞄准系统等的出现，对新的控制系统的提出了新的需求，导致了新的数学方法的改善，从而控制技术有了自己的一套准则。



20 世纪 50 年代, 空间技术的发展迫切要求建立一种新的控制原理以解决更为复杂的控制问题, 1956 年苏联科学家庞特里亚金提出极大值原理, 而且美国数学家贝尔曼创立了动态规划, 这两个成果为最优控制提供了理论依据。1956 年, 美国数学家卡尔曼提出了著名的科尔曼滤波器理论, 并与 1960 年由提出了能空性和能观性的概念, 这些为 20 世纪 60 年代的以状态空间法、极大值原理、动态规划、卡尔曼滤波器等为基础的设计和系统的新理论即现代控制理论奠定了基础。

20 世纪 70 年代以来, 由于电子技术的出现, 控制技术有了新的动因。工程师们可以更快更好地进行计算, 高度复杂和精准的控制系统成为可能。随着技术革命和大规模、复杂的系统发展, 自动控制理论又朝着大系统和智能控制理论方向发展。大系统是关于大系统分析和设计的理论, 包括大系统的建模、模型降阶、递阶控制、分散控制和稳定性等内容。智能控制指在无人干预的情况下能自主地驱动智能机器实现控制目标的自动控制技术。信息技术、计算技术的快速发展及其他相关学科的发展和相互渗透, 也推动了控制科学与工程研究的不断深入, 控制系统向智能控制系统的发展已成为一种趋势。

综上所述, 自动控制的发展主要经历了 3 个阶段: 经典控制理论阶段、现代控制理论阶段和大系统智能控制理论阶段。各个阶段的特点分别如下:

(1) 经典控制理论阶段。

- 1) 主要以单输入—单输出 (SISO) 出线性定常系统为研究对象。
- 2) 基于传递函数的经典控制方法很难解释系统内部的动态行为, 主要研究系统的外部特性。
- 3) 以拉氏变换和多项式代数为数学工具, 利用 Bode 图、Nyquist 曲线、根轨迹法等方法对控制系统进行分析和综合。

(2) 现代控制理论阶段。

- 1) 多输入—多输出 (MIMO) 系统, 以多变量线性系统为主要研究对象。
- 2) 以时域法特别是状态空间法为主要研究方法。
- 3) 以现代分析方法为系统主要分析手段。

(3) 大系统、智能控制理论阶段。

把自动控制和人工智能以及系统科学中一些有关学科分支 (如系统工程、系统学、运筹学、信息论等) 结合起来, 建立一种适用于复杂系统的控制理论和技术。它是自动控制技术的最新发展阶段, 也是用计算机模拟人类智能进行控制的研究领域。智能控制具有交叉学科和定量与定性相结合的分析方法和特点。



自动控制理论是研究关于自动控制系统的组成,分析和设计的理论,是研究自动控制系统中控制的共同规律的科学。其任务是研究自动控制的变量的运动规律和改变这种运动规律的可能性和途径,为建立高性能的自动控制提供了必要而充实的理论依据。学习和研究自动控制理论是为了探索自动控制系统中变量的运动规律和改变这种运动规律的可能性和途径,为建立高性能的自动控制系统提供必要的理论根据。作为现代的工程技术人员和科学工作者,都必须具备一定的自动控制理论知识。

1. 2 自动控制系统组成及系统举例

1. 2. 1 自动控制系统控制方式

自动控制方式常用的有以下三种:开环控制、闭环控制和复合控制。下面通过几个例子来总结出各种控制方式特点。

1. 2. 1. 1 开环控制

开环控制是指控制装置与被控制对象之间只有顺向(前向)作用,而没有反向作用的控制过程,这种控制方式组成的系统称为开环控制系统。其特点是:系统的输出量不会对系统的控制作用发生影响,控制精度差,抗干扰能力差,但是开环控制系统结构简单,成本低。仍然被应用在很多控制性能要求不高的场合。

例如,电加热器的控制系统,打开并选择电加热器的功率后,电加热器便开始工作,无论室内温度为多少,并不会影响电加热器的工作情况,这就是开环控制系统的缺点,它无法根据具体输出情况调整自己的输入信号。其控制方框图如图 1-2 所示。



图 1-2 控制方框图

可见,功率只是设定了加热器发出的热量,它无法感知室温,从而也无法根据室温对自身所发出的热量进行调整,从而实现调整室温的目的。控制器于控制对象之间只有顺向作用,所以电加热器只是一个开环控制系统。

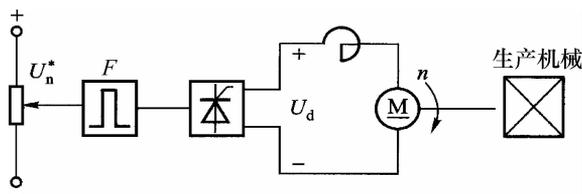


图 1-3 直流开环控制调速系统原理图

图 1-3 为晶闸管供电的直流开环控制调速系统原理图，根据系统原理图可知，加入给定电压 U_n^* ，晶闸管整流装置可以根据给定电压调整出整流电压 U_d ，整流电压加在直流电动机的电枢线圈上，使电动机旋转并可以调整直流电动机的转速 n ，电压增大，转速升高，反之，电压降低，转速下降。在这个系统中，从给定电压到输出转速之间只有顺向的控制没有反向的信号传递，所以系统为开环控制系统。同样，如果电机在工作过程中出现一些误差例如使电机拖动的生产机械增大，此刻转速会下降，但是输入信号仍然为 U_n^* ，即使系统并没有达到期望值 n ，可是系统也无法做出任何调整。图 1-4 所示为开环直流调速系统的方框图。

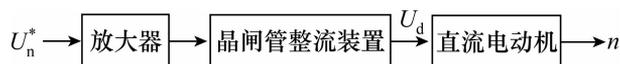


图 1-4 开环直流调速系统的方框图

1. 2. 1. 2 闭环控制

闭环控制也称为反馈控制方式，这是自动控制系统最基本的控制方式，也是应用最广泛的一种控制方式，反馈控制是控制论中一个极其重要的概念，它是控制论的基础。

反馈的定义：指的是输出量通过恰当的检测装置直接的或经过中间变换后全部或部分的返回到控制端并与控制量进行比较的过程。

作用：(1) 在控制系统中减小参数变化。(2) 改善系统的动态特性。(3) 控制干扰信号的影响。

分类：

(1) 负反馈：反馈回去的信号或作用于系统的输入信号或作用方向相反的反馈，这是实际系统中大量存在的一类控制形式。

(2) 正反馈：反馈回去的信号或作用与系统的输入信号或作用方向相同的反馈。

反馈控制的概念：从被控制量处获得信息，然后把该信息反馈送到控制被控对象的控制器的方法。反馈控制是控制装置与控制对象之间既有前向通道，又有反馈通道的控制方式，这种控制方式组成的系统称为反馈控制系统。

反馈控制的特点是：不论什么原因使被控制量偏离期望值出现偏差时，必定会产生



一个相应的控制作用去减小或消除这个偏差，使被控制量与期望值趋于一致，这种控制方式具有较高的控制精度和较强的抗干扰的能力，但如果设计、调试不当，容易引起振荡或不稳定，不能正常工作，而且开环控制系统结构复杂成本也比开环控制系统要高。

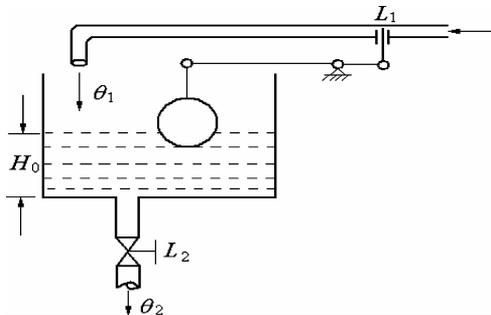


图 1-5 水位控制系统

图 1-5 所示，为水位控制系统，与图 1-1 (b) 的水位控制系统相同，为一个闭环控制系统，无论水箱中出水量如何变化，都可以通过调节浮子及杠杆机构以调节进水阀门的位置，来实现使水箱内的水位保持不变的目的，其控制方框图如图 1-6 所示。

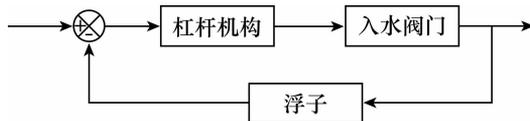


图 1-6 水位控制系统方框图

图 1-7 为带有转速负反馈的单闭环晶闸管直流调速系统原理图，与开环调速系统相比较，闭环系统多了转速负反馈，同样在输入端，加入电压 U_n^* ，给定电压与转速环反馈回来的电压 U_n 进行比较，得到偏差电压 ΔU_n ，偏差电压经过晶闸管触发整流装置输出电压 U_d 加在直流电动机的电枢线圈上，产生转速信号 n ，测速发电机能够将转速信号检测出来并转换成电压信号重新返回到输入端，当电动机的转速等于期望值转速时，偏差为零，当电动机的转速偏离期望值的时候，偏差不为零，通过放大器、晶闸管整流装置调整电枢电压，从而实现对转速的调整的目的，这样始终使转速保持在期望值附近变化，保证了控制精度。图 1-8 所示为带有转速负反馈的单闭环晶闸管直流调速系统方框图。

1. 2. 1. 3 复合控制

复合控制是把开环控制方式与闭环控制方式结合起来的一种控制方式，实际上它是在反馈控制方式的基础上，再附加一个对输入信号或对扰动作用的顺馈通道（开环控制的两种情况），从而提高系统的控制精度。顺馈通道分为对输入信号的补偿装置或对扰动信号的补偿装置，分别组成了按输入信号补偿和按扰动作用补偿的两种复合控制系统。

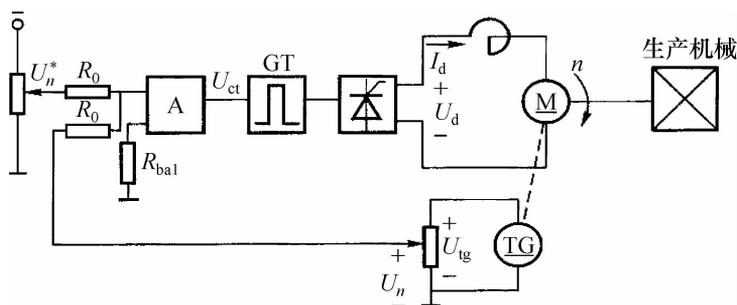


图 1-7 带有转速负反馈的单闭环晶闸管直流调速系统原理图

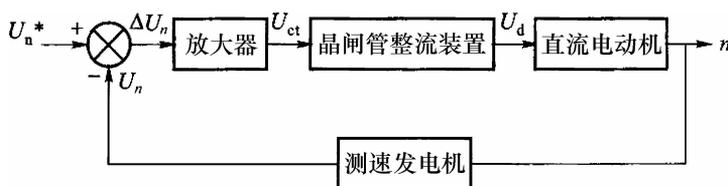


图 1-8 带有转速负反馈的单闭环晶闸管直流调速系统方框图

1. 2. 2 控制系统的常用名词

(1) 系统 (System): 由一些相互作用相互依赖的元部件组成的, 并能够完成一定的任务, 具有某种功能的一个整体。系统的概念使用非常广泛, 有物理系统和非物理系统, 通信系统、电力系统生物学、经济学系统等。

(2) 输入量 (Input Variable): 它是人为给定的, 可以为电信号或非电信号, 出现在系统的输入端, 加入系统中后能够产生一定的输出量, 也可以被称为希望值、参考输入、系统给定值、控制量或参考输入量 (Reference Input Variable), 输入量的下角标常用 i (或 r) 来表示。

(3) 输出量 (Output Variable): 是控制系统的输出, 是自动控制系统的目标。又称被控制量 (Controlled Variable)、实际值、系统响应等。输出量下角标常用 o (或 c) 表示。

(4) 反馈量 (Feedback Variable): 通过检测元件将输出量或输出量的一部分重新放回到输入端的信号。反馈量的下角标以 f 或 b 来表示。

(5) 扰动量 (Disturbance Variable): 通常指引起输出量预定性能发生变化的各种因素, 来自系统外部的称为外扰动, 例如电动机负载转矩的变化, 电网电压的波动, 环境温度的变化等。来自系统内部的扰动称为内扰动, 如系统元件参数的变化, 运算放大器的零点飘移等, 又称干扰或“噪声” (Noise), 所以扰动量的角标常以 d (或 n) 表示。



(6) 中间变量：指在系统各环节之间传递的物理量。它是前一环节的输出量，也是后一环节的输入量。

(7) 静态特性：系统稳定以后，输入输出信号所表现出来的特性称为静态特性或稳态特性。控制系统进入静态后，各个控制量的变化率基本接近或等于零。

(8) 动态特性：输入信号加入系统后，直到系统静态平衡状态之前，整个过程称为动态过程，也可以称为过渡过程或暂态过程，在这个过程中所体现出来的输入输出特性称为动态特性。

1.2.3 控制系统的组成

一个系统，究竟需要哪些组成部分，才能够比较好地完成既定功能？各个部分在系统中充当了什么角色？它们的功能又是怎么样的呢？图 1-9 所示为典型反馈控制系统的系统方框图，在图形中可以分析得到系统的组成。

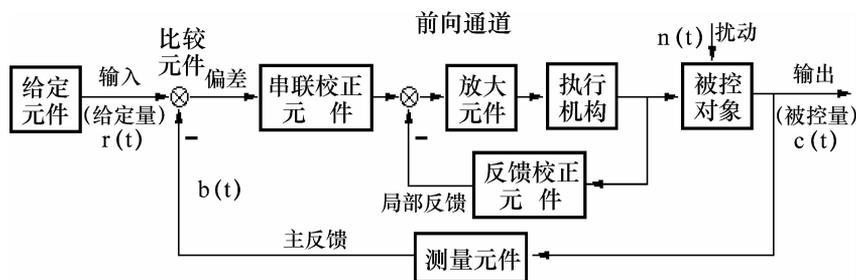


图 1-9 典型反馈控制系统的系统方框图

(1) 给定元件 (Command Element)：职能是为系统提供、并调节输入信号，通常出现在系统的最前端，其后跟随输入信号。

(2) 比较环节 (Comparing Element)：把反馈回来的信号 $b(t)$ 与系统输入信号 $r(t)$ 进行比较得到偏差信号，并将偏差信号送至放大元件处。可以是一个差动电路，也可以是一个物理元件（如电桥电路、差动放大器、自整角机等）。此处如果反馈信号与输入信号作“+”为正反馈，如果作“-”为负反馈（如图 1-9 所示）。

(3) 放大元件 (Amplifying Element)：由于得到的偏差信号一般都很小，无法驱动执行元件进行工作，所以要经过电压及功率放大，使信号具有足够大的能量去驱动执行元件。

(4) 执行元件 (Executive Element)：直接对被控对象进行操作，调节被控量，它使被控对象按照预定的规律变化，使被控量达到预期状态。

(5) 控制对象 (Controlled Plant)：也称被控对象，指被控设备或被控过程，也可以



是工作机械、装置或其他某些物理量及工作状态。

(6) 检测元件 (Detecting Element): 由它检测被控量或输出量的大小, 如果是非电信号需要转换为电信号。

(7) 反馈环节 (Feedback Element): 由它将检测到的输出信号, 再回送到控制部分。一般的闭环系统中, 反馈环节包括检测、分压、滤波等单元。

(8) 校正环节 (Compensation Element): 也称为补偿元件, 在系统基本结构基础上附加参数可灵活调整的调节器, 用以改善或提高系统的静态特性或动态特性, 常用串联或反馈的方式连接在系统中。图 1-9 中的串联校正元件、反馈校正元件等。

在系统组成过程中, 各个元件通常都会按照一定的顺序排列 (如图 1-9 所示), 给定元件在系统的最左端, 然后依次排列比较元件、放大元件、执行元件、被控对象等, 被控对象通常在系统的最后端, 其后紧跟系统的输出信号。这条从系统的输入端开始沿信号的传递方向, 到达系统输出的通道称为系统的前向通道 (Forward Path) 或顺馈通道, 将信号由系统后方向前反向传递的通道称为反馈通道 (Feedback Path), 根据反馈位置的不同又可以分为局部反馈通道或主反馈通道 (如图 1-9 所示)。

1.2.4 控制系统举例

例 1-1 某仓库大门自动控制系统的原理图如图 1-10 所示。下面分析系统的组成及系统工作原理。

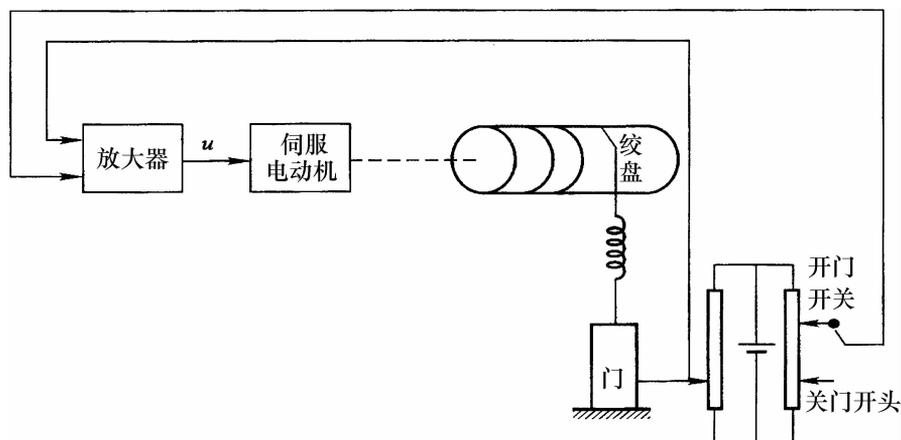


图 1-10 仓库大门自动控制系统的原理图

当合上开门开关时, 电桥电路会测量出开门位置与大门实际位置间对应的偏差电压, 然后将偏差电压经放大器放大后, 驱动伺服电动机带动绞盘转动, 将大门向上提起。与此同时, 和大门连在一起的电刷也向上移动, 直到桥式测量电路达到平衡, 电动机停止



转动，大门达到开启位置。反之，当合上关门开关时，首先电桥电路比较开关位置与门的实际位置的电压差，然后偏差电压被放大驱动伺服电动机转动，绞盘拖动门连同和门一起连接的电刷向下运动，当电桥电压再次达到平衡时，电机停止转动，大门关闭。

在整个系统运动过程中来分析一下各个元件所充当的角色。开门开关和关门开关的电压电路为系统的给定元件，向系统输入电压信号；电桥电路比较输入电压与门实际位置电压的偏差，即为比较元件；放大器放大偏差电压信号为放大元件；伺服电机和绞盘拖动门的运动为执行元件；门为被控对象；电桥电路的连接线可以将门实际位置的电压信号反馈回输入端，也可以把其看做检测、反馈环节。根据以上分析可以得到系统方框图如图 1-11 所示。

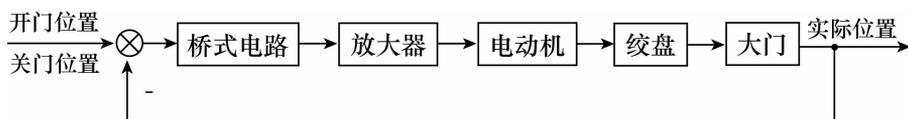


图 1-11 仓库大门自动控制系统方框图

例 1-2 函数记录仪是一种自动记录电压信号的设备，其原理图如图 1-12 所示，其中记录笔与电位器 R_m 的电刷机械连接。因此，由电位器 R_0 和 R_m 组成桥式线路的输出电压 u_p 与记录笔位移是成正比的。当有输入信号 u_r 时，在放大器输出端得到偏差电压 $u_\varepsilon = u_r - u_p$ ，经放大器放大后驱动伺服电动机，并通过减速器及绳轮带动记录笔移动，使偏差电压减小至 $u_p = u_r$ 时，电动机停止转动。这时记录笔的位移 L 就代表了输入信号的大小。若输入信号随时间连续变化，则记录笔便跟随并描绘出信号随时间变化的曲线。

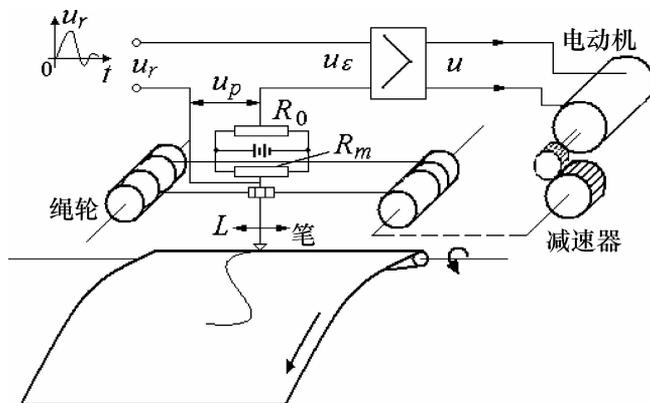


图 1-12 函数记录仪控制系统原理图

函数记录仪控制系统方框图如图 1-13 所示。函数记录仪系统的任务是控制记录笔正确记录输入的电压信号，而输入信号的变化规律可以是时间的未知函数，因此，这种控制系统也是一个随动系统。

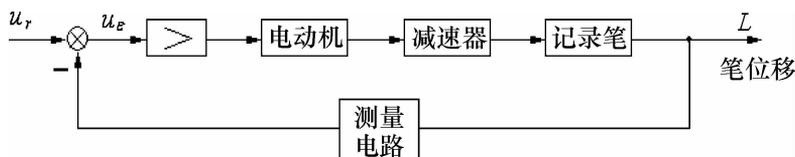


图 1-13 函数记录仪控制系统方框图

1.3 控制系统的分类

对于众多的自动控制系统，为了更好的对系统进行分析，首先要对系统进行分类。控制系统的种类很多，分类方法也多种多样。下面介绍几种比较常用的分类方法。

1.3.1 按输入量变化的规律分类

1.3.1.1 恒值控制系统

恒值控制系统 (Fixed Set-Point Control System) 的特点是：给定输入一经设定就维持不变，希望输出量保持在某一特定值上维持不变。恒值控制系统是最常见的一类自动控制系统，如自动调速系统，恒温控制系统，恒张力控制系统等。此外许多恒压（液压）、稳压（电压）、稳流（电流）、恒频（电频率）的自动控制系统也都是恒值控制系统。

1.3.1.2 随动系统

随动系统 (Follow-Up Control System)，又称伺服系统 (Servo-System) 的特点是：在随动控制系统（也称随动系统）中，给定信号的变化规律是事先不能确定的随时间变化的信号。这种控制系统的另一个特点是，可以用功率很小的输入信号操纵功率很大的工作机械（这只要选用大功率的功放装置和电动机即可）；此外还可以进行远距离控制。随动系统在工业和国防上有着极为广泛的应用，例如船闸牵曳系统，刀架跟随系统，火炮控制系统，雷达导引系统和机器人控制系统等。

1.3.1.3 过程控制系统

过程控制 (Process Control System) 是指用计算机对工艺过程的温度、压力、流量、成分、电压、几何尺寸等物理量和化学量进行的控制。例如化工、石油、造纸中的原料生产；冶炼、发电中的热力过程等。在这些过程中，往往要求自动提供一定的外界条件，



例如温度、压力、流量、液位、黏度、浓度等参量在一定的时间内保持恒值或按一定的程序变化。对其中的每一个局部，它们可能是一种随动控制系统，也可能是按程序指令变化的恒值控制系统。

1.3.2 按系统传输信号对时间的关系分类

1.3.2.1 连续控制系统

也称为模拟控制系统，连续控制系统（Continuous Control System）的特点是各元件的输入量与输出量都是连续量或模拟量，或组成系统的各元件都是线性元件的系统。

1.3.2.2 离散控制系统

离散系统（Discrete Control System）又称为采样数据系统（sampled-Date Control System）。它的特点是系统中有的信号是脉冲序列或采样数据量或数字量。随着计算机应用技术的迅猛发展，大量自动控制系统都采用数字计算机作为控制手段。在计算机引入控制系统之后，控制系统就成为离散系统了。离散系统的运动规律通常可用差分方程来描述。

1.3.3 按系统中的参数对时间的变化情况分类

1.3.3.1 定常系统

定常系统（又称时不变系统）（Time-Invariant System）的特点是控制系统的参数在系统运行过程中不随时间变化，所以也可以称为时不变系统。它用定常微分方程来描述。严格的定常系统是不存在的，在所考察的时间间隔内，若系统参数的变化相对于系统的运动缓慢得多，则可将其近似作为定常系统来处理。

1.3.3.2 时变系统

时变系统（Time-Varying System）的特点是系统中有的参数是关于时间 t 的函数，它随时间变化而改变。实际系统中的零漂、温度变化、元件老化等影响均属时变因素。例如宇宙飞船飞行过程中，飞船内燃料质量、飞船受的重力，都在发生变化可以把其看作一个时变系统的例子。

1.3.4 按控制方式的不同分为

1.3.4.1 开环控制

开环控制系统的特点是输入端到输出端之间只有顺向的信号传递。如图 1-2 所示的电



加热系统。

1. 3. 4. 2 闭环控制

闭环控制系统的特点是输入与输出之间不但有信号的顺向传递，还存在输出与输入之间的反馈传递方式。如图 1-5 所示中的水位控制系统。

1. 3. 4. 3 复合控制

复合控制的特点是不但存在反馈控制方式，还存在按输入或按扰动信号补偿的开环控制方式的一种控制方式，这种控制方式控制精度更高，控制性能更好。

1. 3. 5 按系统的输出量和输入量间的关系分类

1. 3. 5. 1 线性系统

线性系统 (Linear System) 的特点是系统全部由线性元件组成，它的输出量与输入量间的关系用线性微分方程来描述。线性系统的最重要的特性，是可以应用叠加原理，即输入 $r_1(t)$ 作用下产生输出 $c_1(t)$ ，在输入 $r_2(t)$ 作用下产生输出 $c_2(t)$ ；若在输入 $a_1 r_1(t) + a_2 r_2(t)$ 作用下系统输出为 $a_1 c_1(t) + a_2 c_2(t)$ (其中 $r_1(t)$ 、 $r_2(t)$ 是任意的输入信号； a_1 、 a_2 是任意的常数)。

1. 3. 5. 2 非线性系统

非线性系统 (Nonlinear System) 的特点是系统中存在有非线性元件 (如具有死区、出现饱和、含有库伦摩擦等非线性特性的元件)，要用非线性微分方程来描述。非线性系统不能应用叠加原理 (分析非线性系统的工程方法常用“描述函数”和“相平面法”)。

而非线性控制系统很难用数学方法处理，目前尚无解决各种非线性系统分析设计问题的通用方法。

1. 3. 6 按系统中输入信号和输出信号的数目分

1. 3. 6. 1 单输入—单输出 (SISO) 系统

单输入—单输出系统特点是通常称为单变量系统，这种系统只有一个输入 (不包括扰动输入) 和一个输出，例如温度控制、水位控制系统等。

1. 3. 6. 2 多输入—多输出 (MIMO) 系统

多输入—多输出系统特点是，有多个输入和多个输出。通常称为多变量系统。实际上可以把单变量系统可以视为多变量系统的特例。



1.4 自动控制系统一般要求

自动控制系统在实际应用中，由于服务的对象差别很大，所以对于不同的系统要求也是千差万别的。然而，自动控制原理是一门研究自动控制共同规律的课程，对于已知结构和参数的各类系统，在某种典型输入信号作用下，其被控制量变化的全过程，与对其余系统被控量变化的全过程提出共同的要求基本都是一样的，可以归纳为稳定性、快速性、准确性，即稳、快、准。

1.4.1 稳定性

稳定性是系统最基本的要求，这是系统能够正常工作的基本条件，系统只有在稳定的前提下才有必要分析其快速性和准确性。一个稳定的控制系统，其被控量偏离期望值的初始偏差应随时间的变化逐渐减小并趋于零。具体来说，对于稳定的恒值控制系统，被控量因扰动而偏离期望值后，经过一个过渡时间，输出量能够重新回到一个新的稳定状态，反之，对于不稳定的系统，其被控制量偏离原来的平衡状态后就无法回到原来的平衡状态，其偏差会随时间的增加而越来越大，系统激烈而持久的振荡会导致功率元件过载，甚至使设备损坏而发生事故，这是绝不允许的，因此，不稳定的系统是无法实现预定的工作任务的。

线性自动控制系统的稳定性是由系统结构所决定的，与外界因素无关。这是因为控制系统中一般含有储能元件或惯性元件，如绕组的电感、电枢转动惯量、电炉热容量、物体质量等，储能元件的能量不可能突变，因此，当系统受到扰动或有输入量时，控制过程不会立即完成，而是有一定的延缓，这就使得被控量恢复到期望值或跟踪参据量需要一个时间过程。图 1-14 所示为表示出了一般系统的被控量变换曲线，其中图 1-14 (a) 所示为单调上升曲线，图 1-14 (b) 所示为衰减振荡曲线，这两种情况对应的系统最终输出能够达到期望值，所以为稳定的系统，图 1-14 (c) 所示为等幅振荡曲线，这种情况输出量始终达不到新的稳态值，对应的系统不稳定，1-14 (d) 所示为发散振荡曲线，随着时间的增大输出量的幅度会越来越大，以致大大超出被控制量的允许误差范围，这是一种典型的不稳定情况。

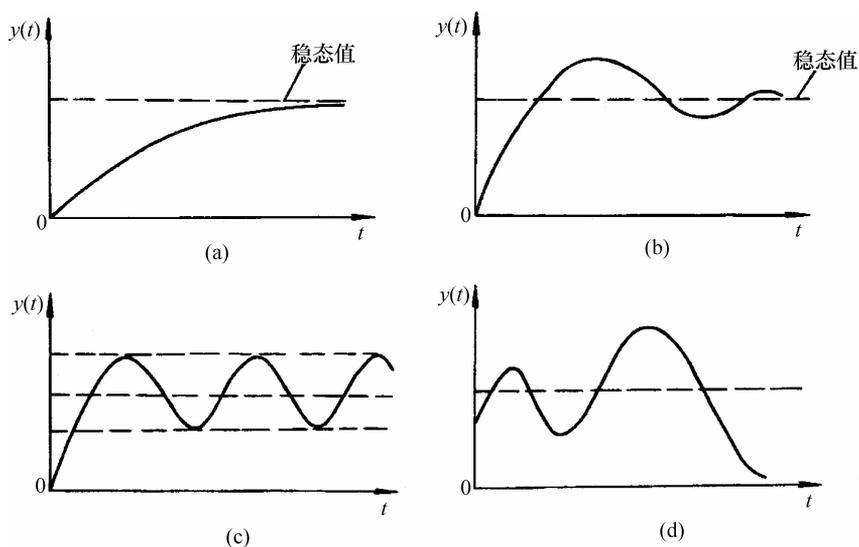


图 1-14 自动控制系统被控量的动态特性

(a) 单调过程；(b) 衰减振荡过程；(c) 等幅振荡过程；(d) 渐扩振荡过程

1.4.2 快速性

快速性是对系统动态性能（过渡过程性能）的要求，是通过动态过程时间长短来衡量的，在系统稳定的前提下，希望控制过程进行得越快越好，即所需要的时间越短越好。快速性反映了系统对输入信号响应的快慢程度。

在对系统动态性能进行分析的时候，除了可以用快速性衡量系统性能以外，还可以用平稳性对系统进行衡量，平稳指系统由初始状态运动到新的平衡状态时，具有较小的超调和振荡性，动态性能是衡量系统质量高低的重要指标。

1.4.3 准确性

当系统从一个稳态过渡到一个新的稳态时，或系统受扰动作用又重新平衡后，系统会出现偏差，用这个偏差的大小（即稳态误差）来表征系统的准确性。它反映了系统的稳态精度，误差越小说明系统工作的精度越高，反之，系统的精度就差一些。

在同一个系统中，以上三方面的性能是没有办法达到统一的，也就是说各个性能之间相互制约，当系统中过于要求稳定性优良时，系统会反应迟缓、精度下降；当系统快速性比较好时，又容易造成不稳定，所以三方面性能无法同时达到最好，需要根据具体情况对系统性能进行合理选择。例如为了提高系统的动态快速性和稳态精度，就需要增大系统的增益，而增益的增强，会使系统的稳定性变差，所以在系统的相对稳定性和稳



态精度之间作某种折衷的选择以满足实际系统的要求，是最常用的一种调整方法。

小 结

(1) 自动控制与人工控制的区别在于是否有人直接参与，自动控制系统过程人能够脱离出来，不被束缚在生产过程中。

(2) 自动控制经历了几个阶段，分别为经典控制理论阶段、现代控制理论阶段、和大系统智能控制阶段。

(3) 闭环控制，也称为反馈控制是生产中应用最多的一类控制方式，也是最重要的一种控制方式。控制系统由给定元件、比较元件、放大元件、执行元件、受控对象、反馈装置等组成。

(4) 控制系统按照不同的角度可以把系统分为：线性与非线性，定常与时变，模拟与离散，恒值、程序和随动控制系统等等。

(5) 控制系统的要求有稳、快、准三方面的性能，其中稳定是前提。

习 题

1-1 列举生活中常见的自动控制的实例。

1-2 指出下列系统中哪些属于开环控制，哪些属于闭环控制：

(1) 抽水马桶。(2) 普通车床。(3) 电饭煲。(4) 家用空调。(5) 调光台灯。(6) 高楼水箱。

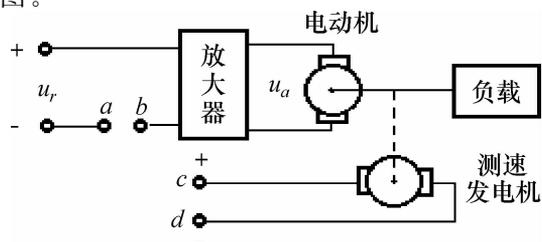
1-3 组成自动控制系统有哪些主要环节？各环节的主要特点和作用是什么？

1-4 什么是反馈，它有哪些作用，什么叫负反馈、正反馈和主反馈，为什么稳定的系统主反馈一定是负反馈？

1-5 根据习题 1-5 图所示的电动机速度控制系统工作原理图

(1) 将 a, b 与 c, d 用线连接成负反馈状态；

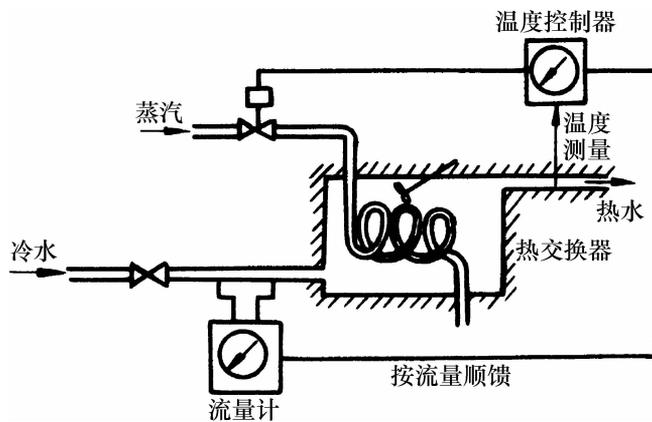
(2) 画出系统方框图。



习题 1-5 图



1-6 习题 1-6 图为水温控制系统示意图。冷水在热交换器中由通入的蒸汽加热，从而得到一定温度的热水。冷水流量变化用流量计测量。试绘制系统方块图，并说明为了保持热水温度为期望值，系统是如何工作的，系统的被控对象和控制装置各是什么？



习题 1-6 图



2 控制系统数学模型的建立

本章主要介绍系统的数学模型：微分方程、传递函数、动态结构图。分别叙述了微分方程的建立方法、步骤，传递函数的定义及性质，结构图的建立及化简，三种数学模型间的关系，组成系统的各个典型环节的数学模型及系统传递函数的求取等内容。建立数学模型是对系统进行分析和设计的基础。



2.1 控制系统的数学模型

通过上一章的学习，对自动控制的概念、性质、分类组成及性能要求等已经有了一定的了解，但是这些知识只能了解系统的组成及工作原理等，并没有办法了解系统内部的本质的信息，下面就要学习如何对系统进行分析，通过对系统的分析，可以了解系统的性能优劣，并能够根据具体的实际情况对系统进行改良，使系统工作更符合我们的期望。

生产生活中的系统涉及到电气、电子、化学、生物、机械、物理等各个领域，面对形形色色的系统，应该如何进行分析和设计，才能适用于所有的系统呢？常用的方法就是首先建立系统的数学模型，然后利用数学的方法对系统进行定量的分析、定性的计算及必要的设计。那么什么是系统的数学模型呢？系统的数学模型指的是描述系统输入、输出变量以及内部各变量之间关系的数学表达式。在静态条件下（即变量各阶导数为零），描述变量之间关系的代数方程称为静态数学模型；而描述变量各阶导数之间关系的微分方程称为动态模型。数学模型是对系统进行分析和设计的理论基础。

建立合理的数学模型，对于系统的分析、研究是十分重要的。一般根据系统的实际结构参数及系统所要求的计算精度，略去次要因素，使数学模型既能准确地反映系统地动态本质，又能简化分析计算的工作。



常用的数学模型的建立方法有两种：解析法和实验法。解析法是指依据系统及各元件中变量之间所遵循的物理、化学定律，列出变量间的数学表达式，从而建立系统输入、输出关系的数学模型。实验法是指人为地给系统施加某种测试信号，记录其输出响应，并用适当的数学模型去逼近，这种方法又称为系统辨识。近些年来，系统辨识已发展成一门独立的学科分支。本章主要阐述使用解析的方法建立系统数学模型的。

数学模型有多种形式。例如，在现代控制理论中，采用一组一阶微分方程，通常是比较方便的。在单输入—单输出系统中，通常采用传递函数或频率特性的形式。时域中常用的数学模型有微分方程、差分方程和状态方程；复域中有传递函数、结构图；频域中有频率特性等。本章只讲解微分方程、传递函数和结构图等数学模型的建立及应用。

2.2 控制系统的时域数学模型

系统的时域数学模型为微分方程，微分方程是最直观、最基本的数学模型。本节主要研究线性定常系统微分方程的建立及求解方法。一个完整的系统通常由若干元、部件组成，直接列写出系统输入输出关系的微分方程，通常比较困难，但对每个元、部件先分析，根据其运动规律得到其运动规律比较容易，然后将这些方程联立起来，经过处理，便可以得到有关系统输入、输出关系的微分方程。微分方程的建立步骤归纳如下：

- (1) 分析系统各元、部件关系，弄清系统的工作原理（最好画出系统的方框图）。
- (2) 根据系统实际工作情况，确定各元、部件和系统的输入量和输出量。
- (3) 从系统输入端开始，按照信号传递的顺序，根据各元、部件的运动规律，列写出其相应的微分方程，构成微分方程组。
- (4) 将各微分方程组联立，消去中间变量，得到只包含输入变量和输出变量的微分方程。
- (5) 将微分方程组进行标准化：和输入函数有关项放在等号的右边，和输出函数有关项放在等号的左边，并且等号两边的微分项按照由高阶到低阶的顺序排列。

例 2-1 如图 2-1 所示，为 RLC 串联网路，输入电压为 $u_r(t)$ ，输出电压为 $u_c(t)$ ，试写出该串联网路的微分方程。

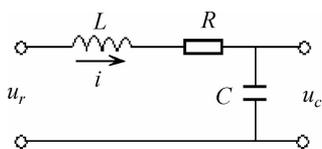


图 2-1 RLC 串联网路

解 根据电路可知电阻、电感、电容三个元件串联在电路中，则其具有相同的电流 $i(t)$ ，并且根据 KVL 可知，三个元件电压之和应该等于总电压。

$$\begin{cases} u_R = i(t) \cdot R \\ u_L = L \frac{di(t)}{dt} \\ i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} \\ u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = u_r(t) \end{cases} \quad (2-1)$$

根据以上分析可知，电阻元件两端电压、电流关系为 $u_R = i(t) \cdot R$ ，电感元件两端电压、电流关系为 $u_L = L \frac{di(t)}{dt}$ ，电容两端电压刚好为系统输出电压，其两端电压、电流关系为 $i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$ ，沿电流流动方向，根据 KVL 得到 $u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = u_r(t)$ 将方程组联立得式 (2-1)，消除中间变量电阻电压 $u_R(t)$ ，电感电压 $u_L(t)$ ，电路电流 $i_C(t)$ ，可以得到系统的微分方程组

$$LC \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t) \quad (2-2)$$

假定 R 、 L 、 C 都是常数，则式 (2-2) 即为二阶常系数线性微分方程。

$$\text{令} \quad T^2 = LC, \quad 2\xi T = RC \text{ 或 } T = \sqrt{LC}, \quad \xi = R \frac{\sqrt{C}}{(2\sqrt{L})} \quad (2-3)$$

将式 (2-3) 代入式 (2-2) 并整理，可得如下标准形式

$$T^2 \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t)$$

同样若令 $T = \frac{1}{\omega_n}$ ，可将上式表示为另一种标准形式

$$\frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + 2\xi \omega_n \frac{du_c(t)}{dt} + \omega_n^2 u_c(t) = \omega_n^2 u_r(t)$$

例 2-2 试写出图 2-2 所示电枢控制直流电动机的微分方程，电枢电压 $u_a(t)$ 为输入量，电动机的转速 $\omega(t)$ 为输出量，图中为 L_a 、 R_a 分别是电枢电路的中的总电阻和总电



感；励磁磁通设为常数。

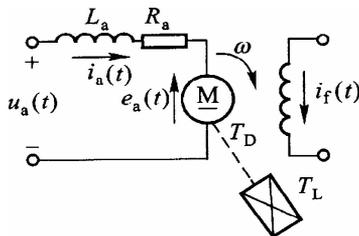


图 2-2 电枢控制直流电动机

解 直流电动机是一种将电能转换为机械能的装置。在直流电动机的电枢线圈上输入直流电压 $u_a(t)$ ，能够在其电枢线圈上产生电枢电流 $i_a(t)$ ，电枢电流与励磁磁通作用产生电磁转矩 $T_D(t)$ ，电动机的电枢旋转，从而拖动负载 $T_L(t)$ (T_L 为负载折合到电动机轴上的总负载转矩) 的运动。直流电动机的电枢回路电压平衡方程为

$$u_a(t) = L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + e_a(t) \quad (2-4)$$

其中， $e_a(t)$ 为电枢线圈在励磁磁场中切割磁感线产生的反电动势，大小与励磁磁通及转速成正比，方向与电枢电压 $u_a(t)$ 相反。在忽略电枢反应、磁滞及涡流影响，励磁电流 $i_a(t)$ 、励磁磁通 Φ 恒定时，有 $e_a(t) = C_e \omega(t)$ ，其中 C_e 为反电动势系数，其大小由电动机结构参数决定，单位 $V \cdot s$ 。电动机的电磁转矩方程为

$$T_D = C_m i_a(t) \quad (2-5)$$

其中 C_m 为电动机转矩系数。电动机轴上的转矩平衡方程有

$$J_m \frac{d\omega(t)}{dt} + f_m \omega(t) = T_D(t) - T_L(t) \quad (2-6)$$

其中 f_m 为电动机和负载折合到电动机轴上的黏性摩擦系数， J_m 是电动机和负载折合到电动机轴上的转动惯量。

将式 (2-4) 到式 (2-6) 整理，消除中间变量 $i_a(t)$ 、 $e_a(t)$ 、 $T_D(t)$ ，可以得到关于 $u_a(t)$ 为输入量和 $\omega(t)$ 为输出量的直流电动机微分方程

$$L_a J_m \frac{d^2 \omega(t)}{dt^2} + (L_a f_m + R_a J_m) \frac{d\omega(t)}{dt} + (R_a f_m + C_m C_e) \omega(t) = C_m u_a(t) - L_a \frac{dT_L(t)}{dt} - R_a T_L(t) \quad (2-7)$$

可见，直流电动机为一个二阶系统，这与它有两个储能元件相符，一个是电感，一个是机械惯量。

在工程应用中电枢回路的电感 L_a 通常很小可以忽略不计，因此式 (2-7) 可以简化为



$$T_m \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = K_1 u_a(t) - K_2 T_L(t) \quad (2-8)$$

式中 $T_m = R_a J_m / (R_a f_m + C_m C_e)$ 是电动机机电时间常数, $K_1 = C_m / (R_a f_m + C_m C_e)$, $K_2 = R_a / (R_a f_m + C_m C_e)$ 是电动机的传递系数。

如果电动机的电枢电阻 R_a 和电动机的转动惯量 J_m 也都很小并可以忽略不计的时候, (式 2-8) 还可以进一步简化为 $C_m \omega(t) = u_a(t)$, 这时, 电动机的转速和电枢电压成正比, 电动机可以作测速发电机使用。

比较以上两个例子, 虽然它们的物理性质各不相同, 但是描述它们运动的数学模型都是二阶常系数线性微分方程。这也充分说明, 按运动方程式将系统进行分类, 对于研究分析系统的运动是十分有利的。通常把用二阶微分方程描述的系统简称为二阶系统。

在工程实践中, 相当一部分系统经过简化以后可以近似的用二阶微分方程来描述。因此, 二阶系统是典型的、有代表性的系统, 在第 3 章会对二阶系统做比较深入的研究。

2.3 控制系统的复数域数学模型

控制系统的微分方程建立以后, 就可以在时域范围对系统进行分析, 给定外作用及初始条件就可以得到系统的输出响应表达式, 并可画出时间响应曲线, 因而可直观地反映出系统的动态过程。根据响应可以直观的分析出系统的特性, 可以说利用微分方程进行时域分析是一种很直观的方法, 特别是借助于计算机可以迅速的求解出准确的结果。但是如果系统的参数发生变化, 则微分方程及其解均会随之而变。为了分析参数的变化对系统输出响应的影响, 就需要进行多次重复的计算。微分方程的阶次越高, 这种计算就会变得越复杂。因此会发现, 从系统分析角度来看, 对于微分方程这种数学模型而言, 对于系统阶次较高时, 是相当不方便的, 随着学习的深入会了解到, 对于系统的综合校正及设计, 采用微分方程这一种数学模型将会遇到更大的困难。

如何解决微分方程的这种弊端呢? 可用拉普拉斯变换 (简称拉氏变换) 将其转换到复数域进行处理, 这样就会为分析控制系统的性能带来很大的方便。对微分方程取拉普拉斯变换会得到另一种数学模型——传递函数, 可以通过传递函数间接地分析系统结构参数对响应的影响。传递函数是控制理论中一个极其重要的基本概念。



2.3.1 传递函数

2.3.1.1 定义

线性定常系统，零初始条件下，系统输出拉普拉斯变换与系统输入拉普拉斯变换的比值。

设线性定常系统的微分方程如下

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n}{dt^n} c(t) + a_{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} c(t) + \cdots + a_1 \frac{d}{dt} c(t) + a_0 c(t) \\ = b_m \frac{d^m}{dt^m} r(t) + b_{m-1} \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} r(t) + \cdots + b_1 \frac{d}{dt} r(t) + b_0 r(t) \end{aligned} \quad (2-9)$$

式中 $c(t)$ 为系统输出量， $r(t)$ 为系统输入量， a_0, a_1, \cdots, a_n 及 b_0, b_1, \cdots, b_m 均为由系统结构参数决定的实常数。

设初始条件为零，对式 (2-9) 两边进行拉氏变换，得

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0) C(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0) R(s)$$

则系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (2-10)$$

令

$$M(s) = b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0$$

$$N(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0$$

式 (2-10) 可表示为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{M(s)}{N(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (2-11)$$

若在式 (2-11) 中，令 $s=0$ ，则有

$$G(0) = \frac{b_0}{a_0}$$

即为系统的放大系数。从微分方程式 (2-11) 看， $s=0$ 相当于所有导数项为零，方程变为静态方程， $\frac{b_0}{a_0}$ 恰好为输出、输入的静态比值。

2.3.1.2 传递函数的零点和极点

对传递函数的分子分母进行因式分解，传递函数的表达式为

$$G(s) = \frac{M(s)}{N(s)} = \frac{K(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)} \quad (2-12)$$



式 (2-12) 中 z_1, z_2, \dots, z_m 为传递函数分子多项式 $M(s)$ 等于零的根, 称为传递函数的零点; p_1, p_2, \dots, p_n 为传递函数分母多项式 $N(s)$ 等于零的根, 称为传递函数的极点。K 表示系统的比例系数, 把传递函数的零点和极点同时表示在复平面 $[s]$ 上的图形, 就叫做传递函数的零、极点分布图。图 2-3 所示为传递函数 $G(s) = \frac{s+3}{(s+2)(s+1+j)(s+1-j)}$ 的零、极点分布情况, 图中零点用 “○” 表示, 极点用 “×” 表示。

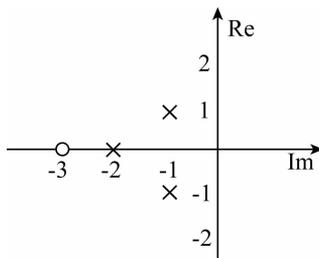


图 2-3 传递函数零极点分布图

系统的零点能够阻断输入量中某一运动成分的作用, 系统的极点决定了系统输入为零时, 系统自由运动的模态, 而且系统极点可以将系统本身固有而输入量中不含有的模态生成出来, 可以说系统的动态性能是由系统的零、极点共同反映的, 只有将系统的零、极点全面考察才可以更全面的反映系统的性能。

2. 3. 1. 3 特征方程及特征根

特征方程: 传递函数分母多项式对应的方程, 称为系统的特征方程。

特征根: 特征方程的根即传递函数的极点。

2. 3. 2 建立系统传递函数的步骤

2. 3. 2. 1 根据元部件的微分方程求出系统的传递函数

首先根据求解系统微分方程的方法, 先求解出系统的微分方程, 在零初始条件下, 将微分方程两边同时取拉普拉斯变换, 然后依照传递函数定义, 用系统输出拉普拉斯变换除以系统输入拉普拉斯变换, 即可以得到系统的传递函数。

通过例 2-1 的分析可知, 系统的传递函数为 $LC \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t)$, 对传递函数两边同时取拉普拉斯变换则有

$$LCs^2 U_c(s) + RCs U_c(s) + U_c(s) = U_R(s) \quad (2-13)$$

将式 (2-13) 进行整理得



$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} \quad (2-14)$$

即得到了系统的传递函数表达式。

2.3.2.2 用复阻抗的概念求电路的传递函数

如前所述，求取传递函数一般要经过列写微分方程、取拉氏变换、考虑初始条件等几个步骤。然而，对于由电阻、电感和电容组成的电网络，在求取传递函数时，若引入复数阻抗的概念，则可不必要列写微分方程也可以方便地求出相应的传递函数。

由电路理论可知，可以直接建立电路的复频域模型，并根据复频域形式的基尔霍夫定律和欧姆定律直接列出复频域形式的电路方程，这样可以比较快的得到系统的传递函数，这种方法类似于求电网络阻抗的方法，故称为复阻抗法。下面结合 RLC 串联网路来进行说明。

将图 2-1 进行复数域的电路变换，其中电阻、电感、电容元件的复数域电路模型分别为

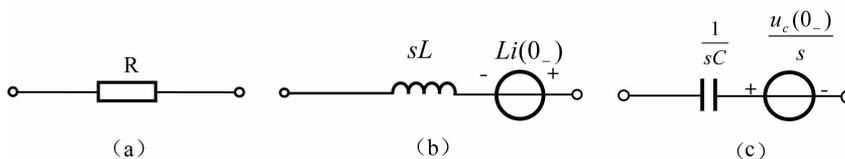


图 2-4 电路元件的复数域电路模型

图 2-4 (a) ~ 图 2-4 (c)，由图可知，电阻的复数域模型与其时域电路模型基本相同，电感元件电路模型变为电感元件 Ls 与电压源 $Li(0_-)$ 的串联，电容元件变换为电容元件 $\frac{1}{sC}$ 与电压源 $\frac{u_c(0_-)}{s}$ 的串联，由于电路都为线性，且都处于零初始条件下，则可知与电感元件串联的电压源电压为零，同理与电容串联的电压源电压也为零，电路模型即可用图 2-5 表示。

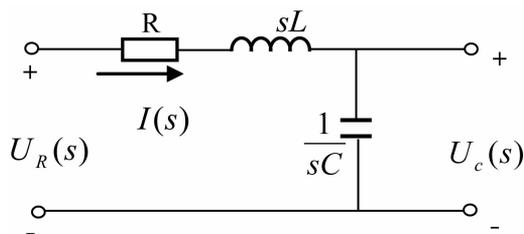


图 2-5 RLC 电路的复数域模型

对图 2-5 分析，根据 KVL 可知

$$U_R(s) = I(s) \cdot R + I(s) \cdot sL + I(s) \cdot \frac{1}{sC} \quad (2-15)$$



其中，电容电压等于输出电压

$$U_c(s) = I(s) \cdot \frac{1}{sC} \quad (2-16)$$

将式 (2-16) 整理得

$$sC \cdot U_c(s) = I(s) \quad (2-17)$$

将式 (2-17) 代入式 (2-15) 则有

$$U_R(s) = sCR \cdot U_c(s) + s^2CLU_c(s) + U_c(s) \quad (2-18)$$

将式 (2-18) 整理可得

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

根据 RLC 串联网路可知，将电阻、电感、电容进行适当的变换可以简化电网络的传递函数的求取步骤，将以上三种元件的变换关系，见表 2-1。

表 2-1 R、L、C 负载的复数阻抗对照

分类	典型电路	时域方程	拉氏变换式	传递函数	复数阻抗
电阻负载		$u(t) = i(t) R$	$U(s) = I(s) R$	$C_R(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = R$	$Z_R = R$
电容负载		$u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$	$U(s) = I(s) \frac{1}{Cs}$	$G_C(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{1}{Cs}$	$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$
电感负载		$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$	$U(s) = I(s) Ls$	$C_L(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = Ls$	$Z_L = j\omega L$

用复数阻抗法求取电网络的传递函数是简便、有效的，它既适用于无源网络，又适用于有源网络。现举例说明。

例 2-3 求图 2-6 所示的比例微分控制器的传递函数。

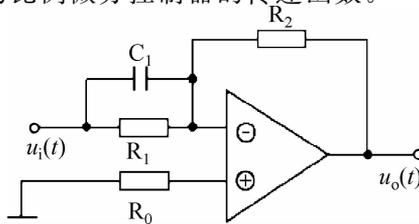


图 2-6 比例微分控制器



解 输入阻抗由 C_1 、 R_1 并联组成

输入阻抗 $Z_1 = \frac{1}{R_1 C_1 s + 1}$ ，反馈阻抗 $Z_2 = R_2$ 传递函数为 $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1 C_1 s + 1} = -\frac{R_2}{R_1} (R_1 C_1 s + 1) = -k (\tau s + 1)$ $k = \frac{R_2}{R_1}$ 为静态放大系数， $\tau = R_1 C_1$ 为时间常数。

2.3.3 传递函数的性质

(1) 传递函数是将微分方程利用拉氏变换推导出来的，它和微分方程之间应该存在一一对应的关系。对于一个确定的系统（输入量与输出量确定），那么它的微分方程与传递函数都是唯一确定的，由于拉氏变换是一种线性积分运算（线性变换），因此传递函数只适用于线性定常系统。

(2) 传递函数是复变量 s 的有理真分式，而且所有系数均为实数，由于实际的物理系统总含有惯性元件，并受到能源功率的限制，通常分子多项式的次数 m 低于（或等于）分母多项式的次数 n ，即 $m \leq n$ 。通常：分母多项式的阶数为 n 的系统称为 n 阶系统。

(3) 传递函数表达式中各项系数的值完全取决于系统的结构和元件的参量，并且与微分方程中各导数项的系数相对应，与外部施加信号的大小和形式无关，所以传递函数也是系统的动态数学模型。

(4) 传递函数是一种用系统参数表示系统输入量与输出量之间关系的表达式，它只取决于系统或元件的结构和参数而与输入形式无关，也不反映系统内部的任何信息。就会出现一些，服从不同物理规律的控制系统或元件可以有同样的传递函数。可以说传递函数是系统动态特性的外部描述，而对系统内部其他变量的情况却不完全知道，甚至完全不知道。当然，现代控制理论采用状态空间法描述系统，可以克服传递函数的这一缺点。尽管如此，传递函数作为经典控制理论的基础，仍是十分重要的数学模型。

(5) 一个传递函数只能表示一个输入量对一个输出量的关系，即单输入—单输出的系统，对于多输入—多输出的系统，则需要列写些出多个传递函数，这大大增加了分析的负担，所以在处理多输入—多输出系统时，多用现代控制理论中的传递矩阵来表示。

(6) 由于传递函数是在零值初始条件下定义的，因此它只能反映在零初始条件下系统或元件的运动情况，对于非零初始条件，用传递函数来描述系统动态特性时，传递函数便不能完全反映输入作用对系统输出的影响并描述系统的动态特性，所以只有同时考虑由非零初始条件对系统输出的影响，才能对系统动态特性有完全的了解。



(7) 若令 $s=j\omega$ (即 $s=\sigma+j\omega$, 其中 $\sigma=0$), 这是传递函数的一种特殊形式, $G(s)|_{s=j\omega}=G(j\omega)$, 称为频率特性。 $G(j\omega)$ 是用频率法研究系统动态特性的基础。频率特性也是描述系统动态特性的又一种数学模型, 而且频率特性有鲜明的物理定义, 频率特性将在第四章做详细介绍。

(8) 传递函数是一种运算函数。由 $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$ 可知, 其中 $C(s) = G(s) \cdot R(s)$, 则有对于任意系统, 在已知其输入信号 $R(s)$ 及系统传递函数 $G(s)$ 的前提下, 可以得到系统输出 $C(s)$, 再对其求拉普拉斯逆变换, 即可得到系统的输出响应 $c(t)$, 由此可以看出, $G(s)$ 将信号从系统输入端传递到系统输出端, 所以称为传递函数。

另外, 传递函数是在初始条件为零 (称零初始条件) 时定义的。控制系统的零初始条件有两方面含义: 一是指输入作用是在 $t=0$ 以后才作用于系统。因此, 系统输入量及其各阶导数在 $t=0$ 时的值为零; 二是指输入作用加于系统之前, 系统是“相对静止”的。因此, 系统输出量及其各阶导数在 $t=0$ 时的值也为零。实际的工程控制系统多属此类情况, 这时, 传递函数一般都可以完全表征线性定常系统的动态性能。

2.4 系统的动态结构图

通过学习微分方程和传递函数发现, 这两种数学模型尽管都可以描述系统的性能, 但是只能反映输入、输出之间的关系, 中间各物理量之间的关系无法通过抽象的表达式了解, 而且无法直观的观察出系统的组成及各元、部件的连接、工作情况, 有没有一种数学模型, 既能反映系统的组成, 又能反映系统性能呢? 系统的动态结构图就是这样一种数学模型, 它是由具有一定函数关系的环节组成, 并标明信号的流向的系统方框图, 它是传递函数的一种图形表示形式, 它不仅能清楚的表明系统的组成和信号的传递方向, 而且能清楚的表示系统信号传递过程中的数学关系, 它是一种图形化的系统数学模型。

另外, 下面将会看到, 利用结构图, 也便于求取传递函数。所以结构图在控制理论中应用十分广泛。

2.4.1 结构图的组成

(1) 信号线: 用带箭头的直线表示, 特性: 表示信号的传递方向和途径, 箭头的方



向表示的是信号的传递方向，在信号线旁边标记信号的时间函数或象函数。如图 2-7 (a) 所示。

(2) 引出点：引出点表示信号的引出或测量的位置，引出的信号与原来信号的大小性质一定完全相同。如图 2-7 (b) 所示。

(3) 比较点：表示两个或两个以上信号进行加减运算，“+”表示求和（可以省略），“-”表示作差。如图 2-7 (c) 所示。

(4) 环节：也可以称为方框，表示对信号进行数学变换，方框中写入元部件或系统的传递函数，环节的输出变量等于其输入变量与环节内传递函数的乘积，即 $C(s) = R(s) G(s)$ 如图 2-7 (d) 所示。

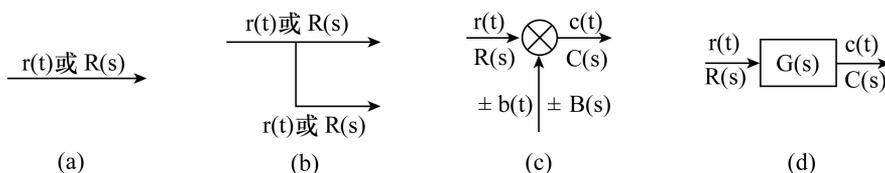


图 2-7 结构图组成单元示意图

以上便是系统结构图的组成，将以上各组成部分根据系统的工作原理和组成进行连接便构成了系统的结构图，下面介绍一下系统结构图的绘制方法。

2.4.2 绘制系统结构图的方法

(1) 考虑负载效应分别列写系统各元部件的微分方程或传递函数，在列写每个部件的传递函数的时候，要考虑相互连接部件间的负载效应；

(2) 根据各部件的运动方程，画出各部件的结构图，一个元部件用一个环节来表示，在环节内填入相应的传递函数。环节单元图中，信号线的流向流入为输入信号，流出为输出信号；

(3) 根据各元件的信号流向，用信号线依次将各方框连接起来，并把系统的输入量放在系统的最左端，输出量放在系统的最右端。

以例 2-1 中的 RLC 串联网络为例，画出其结构图。

解 (1) 写出各元部件的传递函数，即各元件两端电压与电流关系，电阻元件 $U_R(s) = I(s) R$ ，电感元件 $U_L(s) = I(s) Ls$ ，电容元件 $U_C(s) = \frac{I(s)}{sC}$ ，又可以根据 KVL 写出系统的各元件电压与总电压的关系为 $U_R(s) = U_R(s) + U_L(s) + U_C(s)$ ；

(2) 根据各元件的传递函数，画出各环节的结构图，如图 2-8 (a) ~ 图 2-8 (d) 所示；